

Pythagore — Tous les corrigés

LOGIMATHS

Brevet 2026 — Antilles et Guyane

1. Justifier que $AM = 5,5$ m.

Le point A appartient au segment $[TM]$, donc $AM = MT - AT = 7,7 - 2,2 = 5,5$ m.

2. Montrer que la longueur AB est égale à 4,8 m.

Le triangle ABM est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore :

$$MB^2 = AB^2 + AM^2$$

$$AB^2 = MB^2 - AM^2 = 7,3^2 - 5,5^2 = 53,29 - 30,25 = 23,04$$

$$\text{Donc } AB = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ m.}$$

3. Calculer la mesure de l'angle ABM, arrondie au degré.

Dans le triangle ABM rectangle en A, d'après SOH-CAH-TOA, la tangente de l'angle ABM est égale au côté opposé divisé par le côté adjacent :

$$\tan(\angle ABM) = \frac{AM}{AB} = \frac{5,5}{4,8}$$

$$\text{À la calculatrice : } \angle ABM = \arctan\left(\frac{5,5}{4,8}\right) \approx 49^\circ.$$

4. Montrer que les droites (TE) et (BM) sont parallèles.

Les points E, A, B sont alignés et les points T, A, M sont alignés dans le même ordre.

$$\text{D'une part, } \frac{AE}{AB} = \frac{1,92}{4,8} = 0,4.$$

$$\text{D'autre part, } \frac{AT}{AM} = \frac{2,2}{5,5} = 0,4.$$

$$\text{On a donc } \frac{AE}{AB} = \frac{AT}{AM}.$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (TE) et (BM) sont parallèles.

5. Choisir le rapport de l'homothétie de centre A qui transforme le triangle AET en ABM.

L'homothétie transforme E en B et T en M, qui sont situés de l'autre côté du centre A : le rapport est donc négatif.

$$\frac{AM}{AT} = \frac{5,5}{2,2} = 2,5$$

Le rapport est **-2,5** (Proposition 3).

Brevet 2026 — Amérique du Nord

1. Montrer que le triangle AED est un triangle rectangle en E.

D'une part, $AD^2 = 7,3^2 = 53,29$.

D'autre part, $AE^2 + ED^2 = 5,5^2 + 4,8^2 = 30,25 + 23,04 = 53,29$.

On a donc $AD^2 = AE^2 + ED^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle AED est rectangle en E**.

2. Calculer l'aire du triangle AED.

Le triangle AED est rectangle en E, donc [EA] et [ED] sont ses deux côtés de l'angle droit :

$$\text{Aire} = \frac{AE \times ED}{2} = \frac{5,5 \times 4,8}{2} = \mathbf{13,2 \text{ cm}^2}.$$

3. Pourquoi peut-on affirmer que les droites (BC) et (ED) sont parallèles ?

Le triangle ABC est rectangle en B, donc (BC) est perpendiculaire à (AB), c'est-à-dire à la droite (BE) puisque B, A et E sont alignés.

Le triangle AED est rectangle en E, donc (ED) est perpendiculaire à (AE), c'est-à-dire à cette même droite (BE).

Or, deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Donc **(BC) // (ED)**.

4. Calculer la valeur exacte de la longueur AB.

Les points B, A, E sont alignés et les points C, A, D sont alignés dans le même ordre.

Les droites (BC) et (ED) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{On a } \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED}$$

$$\text{d'où } \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{ED}$$

$$\text{donc } AB = \frac{AE \times BC}{ED} = \frac{5,5 \times 7,2}{4,8} = \mathbf{8,25 \text{ cm}} \text{ (valeur exacte).}$$

5. On admet que l'angle ACB mesure environ 49° . En déduire la mesure de l'angle ADE.

Les droites (BC) et (ED) sont parallèles et coupées par la sécante (CD).

Les angles ACB et ADE sont alternes-internes, donc ils ont la même mesure.

Donc l'angle ADE mesure environ 49° .

Brevet 2026 — Asie**1. Montrer que la longueur du segment [OA] est égale à 8 cm.**

Le triangle OAD est rectangle en A (angle marqué). D'après le théorème de Pythagore :

$$OD^2 = OA^2 + AD^2$$

$$OA^2 = OD^2 - AD^2 = 8,2^2 - 1,8^2 = 67,24 - 3,24 = 64$$

$$\text{Donc } OA = \sqrt{64} = 8 \text{ cm.}$$

2. Justifier que les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

Le triangle OAD est rectangle en A, donc (AD) est perpendiculaire à (OA), c'est-à-dire à la droite (OB) puisque O, A, B sont alignés.

Le triangle OBC est rectangle en B, donc (BC) est perpendiculaire à (OB) pour la même raison.

Or, deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Donc (BC) // (AD).

3. Calculer la longueur du segment [OB].

Les points O, A, B sont alignés et les points O, D, C sont alignés dans le même ordre.

Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{On a } \frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC} = \frac{AD}{BC}$$

$$\text{d'où } \frac{OA}{OB} = \frac{AD}{BC}, \text{ soit } \frac{8}{OB} = \frac{1,8}{4,5}$$

$$\text{donc } OB = \frac{8 \times 4,5}{1,8} = 20 \text{ cm.}$$

4.a Calculer le volume du grand cône de hauteur [OB], en cm^3 , arrondi à l'unité.

Le grand cône a pour rayon $BC = 4,5 \text{ cm}$ et pour hauteur $OB = 20 \text{ cm}$.

$$V = \frac{\pi \times R^2 \times H}{3} = \frac{\pi \times 4,5^2 \times 20}{3} = 135\pi \approx 424 \text{ cm}^3.$$

4.b Calculer le volume du gobelet, en cm^3 , arrondi à l'unité.

Le petit cône retiré a pour rayon $AD = 1,8 \text{ cm}$ et pour hauteur $OA = 8 \text{ cm}$.

$$\text{Volume du petit cône : } V = \frac{\pi \times 1,8^2 \times 8}{3} = 8,64\pi \text{ cm}^3.$$

Le gobelet est un tronc de cône : son volume est celui du grand cône moins celui du petit cône.

$$V_{\text{gobelet}} = 135\pi - 8,64\pi = 126,36\pi \approx \mathbf{397 \text{ cm}^3}.$$

Brevet 2026 — Centres étrangers G1**1. Tracer le triangle ABC en vraie grandeur.**

On trace un segment $[AB]$ de $6,4 \text{ cm}$, puis la perpendiculaire à (AB) en B , sur laquelle on place C tel que $AC = 8 \text{ cm}$ (à l'aide du compas), en laissant les traits de construction apparents.

2. Démontrer que $BC = 4,8 \text{ cm}$.

Le triangle ABC est rectangle en B . D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 8^2 - 6,4^2 = 64 - 40,96 = 23,04$$

$$\text{Donc } BC = \sqrt{23,04} = \mathbf{4,8 \text{ cm}}.$$

3. Justifier que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Le triangle ABC est rectangle en B , donc (BC) est perpendiculaire à (AB) , c'est-à-dire à la droite (AM) puisque A, B, M sont alignés.

Le triangle AMN est rectangle en M , donc (MN) est perpendiculaire à (AM) pour la même raison.

Or, deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Donc $(BC) \parallel (MN)$.

4. Démontrer que $MN = 7,2 \text{ cm}$ et $AN = 12 \text{ cm}$.

Les points A, B, M sont alignés et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre.

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{On a } \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

$$\text{Avec } AM = AB + BM = 6,4 + 3,2 = 9,6 \text{ cm, on calcule } \frac{AM}{AB} = \frac{9,6}{6,4} = 1,5.$$

$$\text{Donc } AN = AC \times 1,5 = 8 \times 1,5 = \mathbf{12 \text{ cm}}, \text{ et } MN = BC \times 1,5 = 4,8 \times 1,5 = \mathbf{7,2 \text{ cm}}.$$

5. Le périmètre du triangle ABC et le périmètre du quadrilatère BMNC sont-ils égaux ?

Périmètre de ABC = $AB + BC + AC = 6,4 + 4,8 + 8 = 19,2$ cm.

Pour le quadrilatère BMNC, il faut d'abord calculer $CN = AN - AC = 12 - 8 = 4$ cm.

Périmètre de BMNC = $BM + MN + NC + CB = 3,2 + 7,2 + 4 + 4,8 = 19,2$ cm.

Les deux périmètres sont égaux, ils valent chacun 19,2 cm.

Brevet 2026 — Métropole**1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.**

D'une part, $BC^2 = 8^2 = 64$.

D'autre part, $AC^2 + AB^2 = 4,8^2 + 6,4^2 = 23,04 + 40,96 = 64$.

On a donc $BC^2 = AC^2 + AB^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle ABC est rectangle en A.**

2. Montrer que DE = 6 cm et AE = 3,6 cm.

Les points C, A, E sont alignés et les points B, A, D sont alignés dans le même ordre.

Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{On a } \frac{CA}{AE} = \frac{BA}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

$$\text{d'où } \frac{CA}{AE} = \frac{BA}{AD}, \text{ soit } \frac{4,8}{AE} = \frac{6,4}{4,8}$$

$$\text{donc } AE = \frac{4,8 \times 4,8}{6,4} = \mathbf{3,6 \text{ cm}}$$

$$\text{et, d'après } \frac{BC}{DE} = \frac{BA}{AD}, \text{ on a } DE = \frac{8 \times 4,8}{6,4} = \mathbf{6 \text{ cm.}}$$

3. Montrer que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont égaux. Détailler la démarche.

Les droites (BC) et (DE) sont parallèles et coupées par la sécante (BD) (puisque B, A, D sont alignés).

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont alternes-internes par rapport à cette sécante, donc ils ont la même mesure.

$$\text{Donc } \widehat{ABC} = \widehat{ADE}.$$

4. Montrer que les triangles ABC et ADE sont semblables.

Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{DAE}$ sont opposés par le sommet A, donc égaux.

On a aussi $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$ (question précédente).

La somme des angles d'un triangle valant 180° , les troisièmes angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{AED}$ sont eux aussi égaux.

Les triangles ABC et ADE ont donc leurs angles égaux deux à deux : **ils sont semblables**.

5. Déterminer l'aire du quadrilatère BCDE.

Le triangle ABC est rectangle en A, donc l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 90° . Comme B, A, D sont alignés et C, A, E sont alignés, les quatre angles formés autour de A mesurent aussi 90° .

Le quadrilatère BCDE se décompose donc en 4 triangles rectangles en A : ABC, ACD, ADE et AEB.

$$\text{Aire(ABC)} = \frac{6,4 \times 4,8}{2} = 15,36 \text{ cm}^2 ; \text{Aire(ACD)} = \frac{4,8 \times 4,8}{2} = 11,52 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire(ADE)} = \frac{4,8 \times 3,6}{2} = 8,64 \text{ cm}^2 ; \text{Aire(AEB)} = \frac{3,6 \times 6,4}{2} = 11,52 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire(BCDE)} = 15,36 + 11,52 + 8,64 + 11,52 = \mathbf{47,04 \text{ cm}^2}.$$

Brevet 2025 — Métropole**1.a Léa veut installer des panneaux solaires rectangulaires (3 angles droits visibles) sur son toit. Quelle est la nature de cette figure ?**

Un quadrilatère possédant 3 angles droits est nécessairement un **rectangle** (le quatrième angle vaut alors aussi 90° par somme des angles).

1.b Chaque panneau mesure 1,70 m de long et 1,10 m de large. Calculer l'aire d'un panneau.

$$1,10 \times 1,70 = \mathbf{1,87 \text{ m}^2}.$$

1.c Léa installe 10 panneaux. Calculer l'aire totale occupée.

$$1,87 \times 10 = \mathbf{18,7 \text{ m}^2}.$$

2.a Sur la vue de côté du toit, le triangle AIC (I le pied de la hauteur du toit) est-il isocèle, rectangle, isocèle rectangle ou équilatéral ?

Le triangle AIC est **rectangle en I** (I est le pied de la hauteur, donc l'angle en I est droit).

2.b Sachant $AI = 4$ m et $IC = 3$ m, calculer la longueur AC .

Le triangle ACI est rectangle en I : $AC^2 = AI^2 + IC^2 = 16 + 9 = 25$, donc **$AC = 5$ m.**

3.a La partie rectangulaire du toit (AEGC) mesure 50 m^2 . Les 10 panneaux occupent environ 19 m^2 . La condition 1 impose que les panneaux occupent moins de 40 % de cette surface. Calculer le pourcentage occupé.

$$\frac{19}{50} = \frac{38}{100} = \mathbf{38\%}, \text{ ce qui respecte la condition (moins de 40 \%).}$$

3.b La condition 2 impose que l'angle α de la pente du toit ait une tangente inférieure à 0,839. Parmi trois rapports proposés, lequel donne directement $\tan(\alpha)$?

$$\tan(\alpha) = \frac{IC}{AI} \text{ (côté opposé sur côté adjacent à l'angle } \alpha, \text{ dans le triangle rectangle AIC).}$$

3.c Calculer $\tan(\alpha)$.

$$\tan(\alpha) = \frac{IC}{AI} = \frac{3}{4} = \mathbf{0,75}.$$

3.d Léa pourra-t-elle installer les 10 panneaux, en respectant les deux conditions ?

Condition 1 : $38\% < 40\%$: **respectée.**

Condition 2 : $\tan(\alpha) = 0,75 < 0,839$: **respectée.**

Les deux conditions étant réunies, **Léa pourra installer ses 10 panneaux solaires.**

Brevet 2025 — Amérique du Nord

1. Sur une figure : A, B, E, M alignés ; A, C, D alignés ; ADE rectangle en E ; ABC rectangle en B ; $AD = 70$ m, $BC = 30$ m, $AC = 50$ m, angle $DME = 60^\circ$. Calculer la longueur AB .

Dans le triangle ABC rectangle en B , le théorème de Pythagore donne $AC^2 = AB^2 + BC^2$, soit $50^2 = AB^2 + 30^2$.

$$AB^2 = 50^2 - 30^2 = (50 + 30)(50 - 30) = 80 \times 20 = 1\,600 = 40^2, \text{ donc } \mathbf{AB = 40 \text{ m.}}$$

2. Montrer que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

(DE) et (BC) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (AB) (car ADE est rectangle en E et ABC rectangle en B) : elles sont donc **parallèles**.

3. Montrer que la longueur DE est égale à 42 m.

Les points B, A, E sont alignés, les points C, A, D sont alignés, et $(DE) \parallel (BC)$: c'est une configuration de Thalès, donc $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AD}$.

En particulier $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ ne donne pas directement DE ; on utilise $\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AD}$, soit $\frac{30}{DE} = \frac{50}{70}$, d'où $50 \times DE = 30 \times 70$, donc $DE = \frac{30 \times 70}{50} = 42 \text{ m}$.

4. Sachant que l'angle DME vaut 60° , montrer que la longueur EM est environ égale à 24,2 m.

Le triangle DME est rectangle en E avec un angle de 60° en M (donc 30° en D) : c'est un demi-triangle équilatéral, donc $DE = DM \times \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$42 = DM \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ donne $DM = \frac{84}{\sqrt{3}}$, et $EM = \frac{DM}{2} = \frac{42}{\sqrt{3}} \approx 24,2 \text{ m}$ (on peut aussi utiliser Pythagore dans DME).

5. En déduire l'aire du triangle AMD.

$$\text{Aire de DME} = \frac{DE \times EM}{2} = \frac{42 \times \frac{42}{\sqrt{3}}}{2} \approx 509,3 \text{ m}^2.$$

D'après Thalès, $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE}$, soit $\frac{40}{AE} = \frac{30}{42}$, donc $AE = \frac{40 \times 42}{30} = 56 \text{ m}$.

$$\text{Aire de ADE} = \frac{AE \times DE}{2} = \frac{56 \times 42}{2} = 1\,176 \text{ m}^2.$$

$$\text{Aire de AMD} = \text{Aire(ADE)} - \text{Aire(DME)} \approx 1\,176 - 509,3 \approx 666,7 \text{ m}^2.$$

Brevet 2025 — Asie**1. Sur une figure : G, C, E alignés ; F, C, D alignés ; $(GF) \parallel (DE)$; CDE rectangle en D ; $CD = 21,6 \text{ cm}$, $CE = 29,1 \text{ cm}$, $FC = 17,2 \text{ cm}$. Montrer que $DE = 19,5 \text{ cm}$.**

Dans le triangle CDE rectangle en D, Pythagore donne $CE^2 = CD^2 + DE^2$, soit $29,1^2 = 21,6^2 + DE^2$.

$$DE^2 = 846,81 - 466,56 = 380,25, \text{ donc } DE = \sqrt{380,25} = 19,5 \text{ cm}.$$

2. Calculer l'aire du triangle CDE.

$$\text{CDE est rectangle en D, donc } [CD] \text{ et } [DE] \text{ sont ses côtés de l'angle droit : aire} = \frac{CD \times DE}{2} = \frac{21,6 \times 19,5}{2} = 210,6 \text{ cm}^2.$$

3. Calculer la longueur GF arrondie au millimètre près.

G, C, E alignés et F, C, D alignés, avec $(GF) \parallel (DE)$: configuration de Thalès, $\frac{GF}{DE} = \frac{FC}{CD} = \frac{CG}{CE}$.

$$\frac{GF}{19,5} = \frac{17,2}{21,6}, \text{ donc } GF = 19,5 \times \frac{17,2}{21,6} \approx \mathbf{15,5 \text{ cm.}}$$

4.a Une droite (d) perpendiculaire à (FC) coupe [GC] en A et [FC] en B ; l'aire du triangle ABC mesure 23,4 cm² (logiciel). Montrer que cette aire vaut le neuvième de l'aire de CDE.

$\frac{1}{9} \times \mathcal{A}_{CDE} = \frac{1}{9} \times 210,6 = 23,4 \text{ cm}^2$: on retrouve exactement l'aire de ABC donnée par le logiciel.
L'aire de ABC est bien le neuvième de celle de CDE.

4.b On admet que les triangles ABC et EDC sont semblables. Déterminer la longueur AB.

(AB) et (DE) sont toutes deux perpendiculaires à (FC), donc parallèles : ABC et CDE forment une configuration de Thalès, donc sont semblables, de rapport k tel que $k^2 = \frac{1}{9}$ (rapport des aires).

$$k \text{ étant positif (rapport de longueurs), } k = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}.$$

$$AB \text{ correspond à } DE \text{ dans le rapport } k : AB = \frac{1}{3} \times DE = \frac{1}{3} \times 19,5 = \mathbf{6,5 \text{ cm.}}$$

Brevet 2025 — Nouvelle-Calédonie**1. ABDE est un rectangle, BCD est isocèle en C, F est le milieu de [BD]. Sachant que AE = 37 cm, donner BF.**

ABDE étant un rectangle, $BD = AE = 37 \text{ cm}$; F étant le milieu de [BD], $BF = \frac{37}{2} = \mathbf{18,5 \text{ cm.}}$

2. Sachant que BC = 23,2 cm, calculer CF (arrondie à l'entier) à l'aide du théorème de Pythagore dans le triangle BCF rectangle en F.

Le triangle BCF est rectangle en F, d'hypoténuse [BC] : $BC^2 = BF^2 + CF^2$, donc $CF^2 = 23,2^2 - 18,5^2 = 538,24 - 342,25 = 195,99$, soit $CF = \sqrt{195,99} \approx \mathbf{14 \text{ cm.}}$

3. Pour calculer l'angle CDF avec DF = 18,5 cm et CD = 23,2 cm (hypoténuse du triangle FDC), quelle formule utiliser parmi les trois proposées ?

Le côté [DF] est adjacent à l'angle $\widehat{CDF}$ et [DC] est l'hypoténuse : on utilise $\cos(\widehat{CDF}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{DF}{DC}$.

4. Calculer $\cos(\widehat{CDF})$ et vérifier que la mesure de l'angle $\widehat{CDF}$, arrondie à l'unité, est 37° .

$$\cos(\widehat{CDF}) = \frac{DF}{DC} = \frac{18,5}{23,2} \approx 0,797. \text{ La calculatrice donne } \widehat{CDF} \approx 37,1^\circ, \text{ soit } \mathbf{37^\circ} \text{ à l'unité près.}$$

Brevet 2025 — Métropole

1.a Léa veut installer des panneaux solaires rectangulaires (3 angles droits visibles) sur son toit. Quelle est la nature de cette figure ?

Un quadrilatère possédant 3 angles droits est nécessairement un **rectangle** (le quatrième angle vaut alors aussi 90° par somme des angles).

1.b Chaque panneau mesure 1,70 m de long et 1,10 m de large. Calculer l'aire d'un panneau.

$$1,10 \times 1,70 = \mathbf{1,87 \text{ m}^2}.$$

1.c Léa installe 10 panneaux. Calculer l'aire totale occupée.

$$1,87 \times 10 = \mathbf{18,7 \text{ m}^2}.$$

2.a Sur la vue de côté du toit, le triangle AIC (I le pied de la hauteur du toit) est-il isocèle, rectangle, isocèle rectangle ou équilatéral ?

Le triangle AIC est **rectangle en I** (I est le pied de la hauteur, donc l'angle en I est droit).

2.b Sachant $AI = 4 \text{ m}$ et $IC = 3 \text{ m}$, calculer la longueur AC.

Le triangle ACI est rectangle en I : $AC^2 = AI^2 + IC^2 = 16 + 9 = 25$, donc $\mathbf{AC = 5 \text{ m}}$.

3.a La partie rectangulaire du toit (AEGC) mesure 50 m^2 . Les 10 panneaux occupent environ 19 m^2 . La condition 1 impose que les panneaux occupent moins de 40 % de cette surface. Calculer le pourcentage occupé.

$$\frac{19}{50} = \frac{38}{100} = \mathbf{38 \%}, \text{ ce qui respecte la condition (moins de 40 \%)}.$$

3.b La condition 2 impose que l'angle α de la pente du toit ait une tangente inférieure à 0,839. Parmi trois rapports proposés, lequel donne directement $\tan(\alpha)$?

$$\tan(\alpha) = \frac{IC}{AI} \text{ (côté opposé sur côté adjacent à l'angle } \alpha, \text{ dans le triangle rectangle AIC).}$$

3.c Calculer $\tan(\alpha)$.

$$\tan(\alpha) = \frac{IC}{AI} = \frac{3}{4} = \mathbf{0,75}.$$

3.d Léa pourra-t-elle installer les 10 panneaux, en respectant les deux conditions ?

Condition 1 : $38\% < 40\%$: **respectée**.

Condition 2 : $\tan(\alpha) = 0,75 < 0,839$: **respectée**.

Les deux conditions étant réunies, **Léa pourra installer ses 10 panneaux solaires**.

Brevet 2024 — Amérique du Nord

1. M. et Mme Martin construisent une terrasse en forme de pentagone EFGHJ (obtenu en complétant un rectangle EFGH, avec $EH = 3$ m, $HJ = 10$ m vu de dessus, et un triangle rectangle GFJ accolé). Sachant que EFGH est un rectangle avec $HG = 6$ m, montrer que $FJ = 4$ m.

EFGH est un rectangle, donc les côtés opposés sont égaux : $EF = HG = 6$ m.

Comme $HJ = 10$ m et que F est situé entre les extrémités de ce côté, $FJ = HJ - EF = 10 - 6 = 4$ m.

2. Pour couler le béton, les Martin doivent installer des planches tout autour de la terrasse. Quelle longueur totale de planches doivent-ils acheter au minimum ?

Le triangle GFJ est rectangle en F (car (GF) est perpendiculaire à (FJ), les deux étant des côtés du rectangle ou de sa prolongation). D'après le théorème de Pythagore : $GJ^2 = GF^2 + FJ^2$.

Or $GF = EH = 3$ m (côtés opposés du rectangle EFGH), donc $GJ^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, d'où $GJ = 5$ m.

Le périmètre du pentagone est $EF + FJ + JG + GH + HE = 6 + 4 + 5 + 6 + 3 = 24$ m de planches à acheter au minimum.

3.a Montrer que le volume de la terrasse (hauteur 15 cm) est bien inférieur à 4 m^3 .

L'aire de la base du prisme (le pentagone EFGHJ) se décompose en l'aire du rectangle EFGH et celle du triangle GFJ : $\mathcal{A} = EF \times EH + \frac{GF \times FJ}{2} = 6 \times 3 + \frac{3 \times 4}{2} = 18 + 6 = 24 \text{ m}^2$.

Le volume du prisme est $V = \mathcal{A} \times h = 24 \times 0,15 = 3,6 \text{ m}^3$.

Comme $3,6 < 4$, le volume de la terrasse est bien inférieur à 4 m^3 .

3.b Sachant qu'il faut 250 kg de ciment par m^3 de béton, quelle masse de ciment doivent-ils acheter pour réaliser 4 m^3 de béton ?

Pour 4 m^3 de béton, il faut $4 \times 250 = 1\,000 \text{ kg}$ de ciment.

3.c Dans le mélange, les masses de ciment, gravier et sable sont dans le ratio 2 : 7 : 5. Déterminer la masse de gravier et la masse de sable nécessaires pour les 4 m³ de béton.

Le ratio 2 : 7 : 5 signifie que pour 2 parts de ciment, il faut 7 parts de gravier et 5 parts de sable.

Comme 1 000 kg de ciment correspondent à 2 parts, une part vaut $1\,000 \div 2 = 500$ kg.

La masse de gravier est donc $500 \times 7 = \mathbf{3\,500\,kg}$, et la masse de sable est $500 \times 5 = \mathbf{2\,500\,kg}$.

4. Les Martin veulent peindre la surface supérieure de la terrasse en deux couches. La peinture est vendue en pot de 5 L à 79,90 € (pot A) ou en pot de 10 L à 129,90 € (pot B), avec une offre « 50 % sur le deuxième article identique ». Sachant qu'1 L de peinture couvre 5 m² en une couche, déterminer la solution la moins chère.

L'aire de la terrasse est de 24 m² (question 3.a). Avec deux couches, la surface totale à peindre est $24 \times 2 = 48$ m².

Le volume de peinture nécessaire est $\frac{48}{5} = 9,6$ L.

Avec deux pots A (soit 10 L, suffisant pour 9,6 L), en profitant de l'offre : $79,90 + \frac{79,90}{2} = 79,90 + 39,95 = 119,85$ €.

Avec un seul pot B (10 L, suffisant également) : 129,90 €.

La solution la moins chère est donc d'acheter **deux pots A**, pour un coût de **119,85 €**.

Brevet 2024 — Asie

Trois élèves construisent chacun, en vraie grandeur, la même figure : un triangle ABC avec A, C, B alignés et $AC = CB$, la droite (CG) perpendiculaire à (AB), et un arc de cercle de centre G reliant A à B. On donne $CG = 10$ cm et $BG = 20$ cm. 1. Démontrer que la longueur BC mesure environ 17,3 cm.

Les droites (AB) et (CG) sont perpendiculaires, donc le triangle BCG est rectangle en C.

D'après le théorème de Pythagore : $BG^2 = BC^2 + CG^2$.

Soit $20^2 = BC^2 + 10^2$, donc $BC^2 = 400 - 100 = 300$.

Comme BC est une longueur (donc positive), $BC = \sqrt{300} \approx \mathbf{17,3\,cm}$ (arrondi au millimètre).

2. Quelle est l'aire du triangle BAG, arrondie à l'unité ?

Le point C est le milieu de [AB] (puisque $AC = CB$), donc $AB = 2 \times BC = 2\sqrt{300}$.

La droite (CG) est perpendiculaire à (AB) : c'est donc la hauteur du triangle BAG issue de G, relative à la base [AB].

L'aire du triangle BAG est $\frac{AB \times CG}{2} = \frac{2\sqrt{300} \times 10}{2} = 10\sqrt{300} = 100\sqrt{3} \approx \mathbf{173 \text{ cm}^2}$ (arrondi à l'unité).

3.a. Montrer que l'angle $\widehat{CGB}$ mesure exactement 60° .

Dans le triangle CGB, rectangle en C, on connaît le côté adjacent CG et l'hypoténuse GB : on utilise donc le cosinus.

$$\cos(\widehat{CGB}) = \frac{CG}{GB} = \frac{10}{20} = 0,5.$$

Or l'angle dont le cosinus vaut 0,5 mesure exactement 60° (on peut aussi utiliser la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice), donc $\widehat{CGB} = 60^\circ$.

3.b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AGB}$.

G est le centre de l'arc de cercle passant par A et B, donc $GA = GB$ (rayons de l'arc) : le triangle AGB est isocèle en G.

Dans ce triangle isocèle, la droite (CG) est la hauteur issue du sommet principal G ; elle est donc aussi la bissectrice de l'angle $\widehat{AGB}$, et coupe cet angle en deux angles égaux, dont $\widehat{CGB}$.

On a donc $\widehat{AGB} = 2 \times \widehat{CGB} = 2 \times 60 = \mathbf{120^\circ}$.

4. Les trois élèves pensent qu'en assemblant leurs trois pièces, ils peuvent former un disque complet. Expliquer pourquoi ils ont raison.

Un disque complet correspond à un angle plein de 360° autour de son centre.

Chaque pièce est une portion de disque de centre G avec un angle au centre $\widehat{AGB} = 120^\circ$.

En assemblant les trois pièces identiques bord à bord autour du même point G, les trois angles s'additionnent : $3 \times 120 = 360^\circ$, ce qui correspond exactement à un disque complet.

5. En déduire l'aire de la pièce obtenue par chacun des élèves, arrondie à l'unité.

Les trois pièces assemblées forment un disque de centre G et de rayon $R = GB = 20 \text{ cm}$.

L'aire de ce disque est $\pi \times R^2 = \pi \times 20^2 = 400\pi \text{ cm}^2$.

Les trois pièces étant identiques, chacune a pour aire $\frac{400\pi}{3} \approx \mathbf{419 \text{ cm}^2}$ (arrondi à l'unité).

Brevet 2023 — Métropole, Antilles et Guyane

1. Un logiciel de programmation par blocs doit tracer un losange de côté 50 pas grâce à un bloc « losange » personnalisé, qui répète un certain nombre de fois la séquence : avancer, tourner de 60° , avancer, tourner de 120° . Comme un losange a quatre côtés égaux et que chaque passage du bloc trace deux côtés, combien de répétitions faut-il programmer, et quelle est la longueur du deuxième « avancer » de la séquence ?

Un losange possède quatre côtés de même longueur, ici 50 pas chacun.

Chaque exécution de la séquence entre accolades trace deux côtés du losange (un « avancer » avant le premier virage, un « avancer » avant le second) : il faut donc **répéter la séquence 2 fois** pour tracer les quatre côtés.

Comme tous les côtés du losange mesurent 50 pas, le deuxième « avancer » de la séquence doit lui aussi valoir **50 pas**.

2. Trois scripts assemblent plusieurs losanges identiques en une figure, en répétant 4 fois le motif « tracer un losange puis avancer d'une certaine distance » : le script 1 avance de 50 pas entre deux losanges (soit la longueur d'un côté), le script 2 avance de 100 pas (soit le double), et le script 3 avance de 50 pas puis décale aussi la position verticale de 30. Trois figures sont proposées : la figure A, une bande de 4 losanges alignés mais espacés ; la figure B, une bande de 4 losanges alignés et décalés en diagonale montante ; la figure C, une bande de 4 losanges bien serrés côte à côte. À quelle figure correspond chaque script ?

Le script 1 avance exactement de la longueur d'un côté (50 pas) entre deux losanges répétés à l'identique sur une même ligne : les losanges se recollent bord à bord, ce qui correspond à la figure la plus resserrée, la **figure C**.

Le script 2 avance du double (100 pas) entre deux losanges sur une même ligne : un espace vide apparaît entre chaque losange, ce qui correspond à la figure la plus espacée, la **figure A**.

Le script 3 avance de 50 pas comme le script 1, mais décale en plus la hauteur (« ajouter 30 à y ») à chaque répétition : les losanges se répètent alors en diagonale montante, ce qui correspond à la **figure B**.

L'association est donc : **script 1** → **figure C**, **script 2** → **figure A**, **script 3** → **figure B**.

3. En répétant 6 fois la séquence « tracer un losange puis tourner de 60° » à partir d'un même point, on obtient une rosace de six losanges accolés en étoile autour d'un centre C. Sur cette figure, quelle transformation permet d'obtenir le losange ABCD à partir du losange voisin EDCF (qui partage le sommet C et le côté [DC] avec ABCD) ?

Le programme tourne de 60° autour du même point de départ avant de tracer chaque nouveau losange : chaque losange est donc l'image du précédent par une rotation de centre ce point commun et d'angle 60° .

Le point commun à tous les losanges de la rosace est le sommet C : la transformation qui envoie le losange EDCF sur le losange ABCD est donc **la rotation de centre C et d'angle 60°** .

Brevet 2023 — Amérique du Nord

1. Sur une figure (non tracée à l'échelle), les points L, N, A forment un triangle avec $AN = 13$ cm, $LN = 5$ cm, $AL = 12$ cm ; le point O appartient au segment [LN] avec $ON = 3$ cm, et le point H appartient au segment [NA], avec (OH) perpendiculaire à (LN). Montrer que le triangle LNA est rectangle en L.

Dans le triangle LNA, le côté le plus long est [AN], avec $AN^2 = 13^2 = 169$.

D'autre part, $LN^2 + AL^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$.

On a bien $AN^2 = LN^2 + AL^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle LNA est rectangle en L.

2. Montrer que la longueur OH est égale à 7,2 cm.

Le triangle LNA est rectangle en L, donc $(AL) \perp (LN)$. Or $(OH) \perp (LN)$ d'après l'énoncé.

Les droites (AL) et (OH), toutes deux perpendiculaires à la droite (LN), sont donc parallèles entre elles.

Les droites (NA) et (NL) sont sécantes en N, avec O sur [NL] et H sur [NA] : les conditions du théorème de Thalès sont réunies pour les triangles NOH et NLA.

D'après le théorème de Thalès, $\frac{NO}{NL} = \frac{NH}{NA} = \frac{OH}{LA}$, soit $\frac{3}{5} = \frac{OH}{12}$, d'où $OH = \frac{3 \times 12}{5} = \frac{36}{5} = 7,2$ cm.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{LNA}$, arrondie au degré.

Dans le triangle LNA rectangle en L, l'angle $\widehat{LNA}$ a pour côté adjacent [LN] et pour hypoténuse [NA].

D'après SOH-CAH-TOA, $\cos \widehat{LNA} = \frac{LN}{NA} = \frac{5}{13}$.

Donc $\widehat{\text{LNA}} = \cos^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) \approx 67,38^\circ$, soit environ **67°** .

4. Pourquoi les triangles LNA et ONH sont-ils semblables ?

Les triangles LNA et ONH ont en commun l'angle $\widehat{\text{LNA}} = \widehat{\text{ONH}}$ (même sommet N).

De plus, le triangle LNA est rectangle en L et, d'après la question 2, $(OH) \perp (LN)$ donc le triangle ONH est rectangle en O : $\widehat{\text{NLA}} = \widehat{\text{NOH}} = 90^\circ$.

Les triangles LNA et ONH ont donc deux paires d'angles de même mesure : ils sont semblables.

5.a Quelle est l'aire du quadrilatère LOHA ?

On calcule d'abord l'aire du triangle LNA, rectangle en L : $\mathcal{A}_{\text{LNA}} = \frac{LN \times LA}{2} = \frac{5 \times 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$.

On calcule ensuite l'aire du triangle ONH, rectangle en O : $\mathcal{A}_{\text{ONH}} = \frac{ON \times OH}{2} = \frac{3 \times 7,2}{2} = 10,8 \text{ cm}^2$.

Le quadrilatère LOHA s'obtient en retirant le triangle ONH du triangle LNA : $\mathcal{A}_{\text{LOHA}} = \mathcal{A}_{\text{LNA}} - \mathcal{A}_{\text{ONH}} = 30 - 10,8 = \mathbf{19,2 \text{ cm}^2}$.

5.b Quelle proportion de l'aire du triangle LNA représente l'aire du quadrilatère LOHA ?

On calcule le quotient des deux aires : $\frac{\mathcal{A}_{\text{LOHA}}}{\mathcal{A}_{\text{LNA}}} = \frac{19,2}{30} = 0,64$.

L'aire du quadrilatère LOHA représente donc $0,64 = \frac{64}{100}$, soit **64%** de l'aire du triangle LNA.

Brevet 2023 — Nouvelle-Calédonie

1. Sur le schéma, D, E, B sont alignés ainsi que A, B, G ; on donne $\text{AC} = 2,5 \text{ m}$, $\text{AB} = 8 \text{ m}$, $\text{BD} = 4,3 \text{ m}$ et le point E est tel que AEFC est un rectangle (avec $\text{BE} = \text{AC}$). Justifier que $\text{DE} = 1,8 \text{ m}$.

Comme AEFC est un rectangle, $\text{BE} = \text{AC} = 2,5 \text{ m}$.

Sur le segment [BD], on a $\text{DE} = \text{BD} - \text{BE} = 4,3 - 2,5 = \mathbf{1,8 \text{ m}}$.

2. Sachant que le triangle DEF est rectangle en E et que l'angle $\widehat{\text{DFE}}$ mesure 30° , montrer que la longueur DF du toit de la terrasse est égale à **$3,6 \text{ m}$** .

- Dans le triangle DEF, rectangle en E, le côté [DE] est opposé à l'angle $\widehat{\text{DFE}}$ et [DF] est l'hypoténuse.
- D'après la trigonométrie dans le triangle rectangle (SOH-CAH-TOA) : $\sin(\widehat{\text{DFE}}) = \frac{\text{DE}}{\text{DF}}$.
- Donc $\sin(30^\circ) = \frac{1,8}{\text{DF}}$, soit $0,5 = \frac{1,8}{\text{DF}}$.
- On en déduit $\text{DF} = \frac{1,8}{0,5} = \mathbf{3,6 \text{ m}}$.

3. Le toit de la terrasse est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 3,6 m. Sachant qu'un rouleau de laine de roche couvre 6 m^2 , combien de rouleaux Matthieu doit-il acheter ?

L'aire du toit de la terrasse est $12 \times 3,6 = 43,2 \text{ m}^2$.

Le nombre de rouleaux nécessaires est $\frac{43,2}{6} = 7,2$: comme on ne peut acheter qu'un nombre entier de rouleaux, il faut arrondir à l'entier supérieur, soit **8 rouleaux**.

4. Le triangle CDE est rectangle en E, avec $DE = 1,8 \text{ m}$ et $EC = 8 \text{ m}$. Montrer que la longueur CD du toit de la partie habitable est égale à 8,2 m.

- Le triangle CDE est rectangle en E : d'après le théorème de Pythagore, $DC^2 = DE^2 + EC^2$.
- $DC^2 = 1,8^2 + 8^2 = 3,24 + 64 = 67,24$.
- Comme $8,2^2 = 67,24$, on obtient $DC^2 = 8,2^2$, d'où $DC = 8,2 \text{ m}$ (une longueur est positive).

5. Le toit de la partie habitable est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 8,2 m. Matthieu veut y poser 10 cm de ouate de cellulose, de densité 40 kg/m^3 . Quelle masse de ouate doit-il acheter ?

L'aire du toit est $12 \times 8,2 = 98,4 \text{ m}^2$.

L'épaisseur de 10 cm correspond à 0,1 m, donc le volume de ouate nécessaire est $98,4 \times 0,1 = 9,84 \text{ m}^3$.

Avec une densité de 40 kg par m^3 , la masse totale est $9,84 \times 40 = 393,6 \text{ kg}$.

Brevet 2023 — Nouvelle-Calédonie

1. Sur le schéma, D, E, B sont alignés ainsi que A, B, G ; on donne $AC = 2,5 \text{ m}$, $AB = 8 \text{ m}$, $BD = 4,3 \text{ m}$ et le point E est tel que AEFC est un rectangle (avec $BE = AC$). Justifier que $DE = 1,8 \text{ m}$.

Comme AEFC est un rectangle, $BE = AC = 2,5 \text{ m}$.

Sur le segment [BD], on a $DE = BD - BE = 4,3 - 2,5 = 1,8 \text{ m}$.

2. Sachant que le triangle DEF est rectangle en E et que l'angle $\widehat{DFE}$ mesure 30° , montrer que la longueur DF du toit de la terrasse est égale à 3,6 m.

- Dans le triangle DEF, rectangle en E, le côté [DE] est opposé à l'angle $\widehat{DFE}$ et [DF] est l'hypoténuse.
- D'après la trigonométrie dans le triangle rectangle (SOH-CAH-TOA) : $\sin(\widehat{DFE}) = \frac{DE}{DF}$.
- Donc $\sin(30^\circ) = \frac{1,8}{DF}$, soit $0,5 = \frac{1,8}{DF}$.

- On en déduit $DF = \frac{1,8}{0,5} = 3,6$ m.

3. Le toit de la terrasse est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 3,6 m. Sachant qu'un rouleau de laine de roche couvre 6 m^2 , combien de rouleaux Matthieu doit-il acheter ?

L'aire du toit de la terrasse est $12 \times 3,6 = 43,2 \text{ m}^2$.

Le nombre de rouleaux nécessaires est $\frac{43,2}{6} = 7,2$: comme on ne peut acheter qu'un nombre entier de rouleaux, il faut arrondir à l'entier supérieur, soit **8 rouleaux**.

4. Le triangle CDE est rectangle en E, avec $DE = 1,8$ m et $EC = 8$ m. Montrer que la longueur CD du toit de la partie habitable est égale à 8,2 m.

- Le triangle CDE est rectangle en E : d'après le théorème de Pythagore, $DC^2 = DE^2 + EC^2$.
- $DC^2 = 1,8^2 + 8^2 = 3,24 + 64 = 67,24$.
- Comme $8,2^2 = 67,24$, on obtient $DC^2 = 8,2^2$, d'où $DC = 8,2$ m (une longueur est positive).

5. Le toit de la partie habitable est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 8,2 m. Matthieu veut y poser 10 cm de ouate de cellulose, de densité 40 kg/m^3 . Quelle masse de ouate doit-il acheter ?

L'aire du toit est $12 \times 8,2 = 98,4 \text{ m}^2$.

L'épaisseur de 10 cm correspond à 0,1 m, donc le volume de ouate nécessaire est $98,4 \times 0,1 = 9,84 \text{ m}^3$.

Avec une densité de 40 kg par m^3 , la masse totale est $9,84 \times 40 = 393,6$ kg.

Brevet 2022 — Nouvelle-Calédonie

1. Construire un triangle MWB tel que $MB = 7,5$ cm, $WB = 4,5$ cm et $MW = 6$ cm.

On trace le segment $[MB]$ de 7,5 cm, puis on place le point W à l'intersection de l'arc de cercle de centre M et de rayon 6 cm avec l'arc de cercle de centre B et de rayon 4,5 cm.

2. Montrer que le triangle MWB est rectangle en W.

D'une part $MB^2 = 7,5^2 = 56,25$.

D'autre part $MW^2 + WB^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$.

Comme $MB^2 = MW^2 + WB^2$, la réciproque du théorème de Pythagore permet de conclure que **le triangle MWB est rectangle en W**.

3. Calculer la mesure de l'angle BMW, arrondie au degré près.

Dans le triangle MWB rectangle en W, le côté [MW] est adjacent à l'angle $\widehat{BMW}$ et [MB] est l'hypoténuse, donc $\cos(\widehat{BMW}) = \frac{MW}{MB} = \frac{6}{7,5} = 0,8$.

La calculatrice donne $\widehat{BMW} = \cos^{-1}(0,8) \approx 36,87^\circ$, soit **environ 37°**.

4.a Placer le point F sur le segment [WB] tel que WF = 3 cm.

F est le point du segment [WB] situé à 3 cm de W (et donc à $4,5 - 3 = 1,5$ cm de B).

4.b Tracer la parallèle à (MB) passant par F ; elle coupe (MW) en E. Placer le point E.

On trace, par le point F, la droite parallèle à (MB) ; son intersection avec la droite (MW) donne le point E.

4.c Calculer WE.

Les droites (EF) et (MB) sont parallèles, avec E sur (WM) et F sur (WB) : on est dans une configuration de Thalès dans le triangle WMB, ce qui donne $\frac{WE}{WM} = \frac{WF}{WB}$.

Soit $\frac{WE}{6} = \frac{3}{4,5}$, d'où $WE = 6 \times \frac{3}{4,5} = \frac{18}{4,5} = 4$ cm.

5.a Placer le point T sur la demi-droite [MW) tel que MT = 10 cm.

T est situé sur la demi-droite [MW), au-delà de W puisque $MT = 10$ cm est supérieur à $MW = 6$ cm.

5.b Tracer le segment [TB].

On relie les points T et B par un segment.

6. Calculer la longueur TE.

Comme M, W, T sont alignés dans cet ordre (T au-delà de W sur la demi-droite [MW)), on a $MT = MW + WT$, soit $10 = 6 + WT$, d'où $WT = 4$ cm.

Les points T, W, E : W et E sont du même côté par rapport à M sur (MW), et T est au-delà de W, donc $TE = TW + WE = 4 + 4 = 8$ cm.

Brevet 2021 — Métropole, Antilles et Guyane**1. En 2007, la production annuelle de déchets était de 5,2 tonnes par Français ; elle a diminué de 6,5 % entre 2007 et 2017. De combien de tonnes a-t-elle diminué ?**

Une diminution de 6,5 % par rapport à 5,2 tonnes correspond à $\frac{6,5}{100} \times 5,2 = 0,338$ tonne.

La production annuelle de déchets par Français a donc diminué de **0,338 tonne**, soit 338 kg.

2.a Un composteur a la forme d'un prisme droit à base trapézoïdale (ABCD) accolé à un pavé droit. Sur le trapèze ABCD, le côté [CB] mesure 67 cm et sa partie [HB] (H étant le pied de la hauteur issue de D) mesure 39 cm, avec C, H, B alignés. Calculer la longueur CH.

Comme C, H et B sont alignés, $CH = CB - HB = 67 - 39 = 28$ cm.

2.b Sachant que $CD = 53$ cm, montrer que $DH = 45$ cm.

Le triangle CHD est rectangle en H (puisque (DH) est la hauteur issue de D dans le trapèze).

D'après le théorème de Pythagore : $CD^2 = CH^2 + HD^2$, soit $53^2 = 28^2 + HD^2$.

Donc $2\,809 = 784 + HD^2$, d'où $HD^2 = 2\,809 - 784 = 2\,025$.

Ainsi $HD = \sqrt{2\,025} = 45$ cm, ce qui confirme la valeur annoncée.

2.c En utilisant les longueurs des côtés parallèles (39 cm et 67 cm) et la hauteur (45 cm), vérifier que l'aire du trapèze ABCD vaut 2 385 cm².

L'aire d'un trapèze se calcule par $\frac{(\text{petite base} + \text{grande base}) \times \text{hauteur}}{2}$.

Aire(ABCD) = $\frac{(39 + 67) \times 45}{2} = \frac{106 \times 45}{2} = \frac{4\,770}{2} = 2\,385$ cm², ce qui vérifie bien la valeur donnée.

2.d Le composteur mesure 1,10 m de haut côté prisme et le pavé droit qui le complète a pour dimensions 70 cm de long et 67 cm de large. Calculer le volume du composteur et vérifier s'il correspond bien à une contenance d'environ 0,5 m³.

On convertit l'aire du trapèze en m² : $2\,385 \text{ cm}^2 = 0,2385 \text{ m}^2$.

Le pavé droit associé a une hauteur de $1,10 - 0,45 = 0,65$ m (la hauteur totale moins DH) et une largeur de 0,67 m ; son aire de base (vue de face) est $0,65 \times 0,67 \approx 0,4355 \text{ m}^2$.

L'aire de la base complète du composteur (trapèze + rectangle) est donc $0,2385 + 0,4355 = 0,674 \text{ m}^2$.

Le volume du composteur (prisme droit) est $V = \text{aire de la base} \times \text{profondeur} = 0,674 \times 0,7 = 0,4718 \text{ m}^3$.

Comme 0,4718 est très proche de 0,5, **l'affirmation est vraie** : le composteur a bien une contenance d'environ 0,5 m³ (un peu inférieure en réalité).

Brevet 2021 — Nouvelle-Calédonie

1. BAI est un triangle rectangle en A, avec $BA = 210$ cm et $AI = 155$ cm. Calculer BI au cm près.

D'après le théorème de Pythagore, comme BAI est rectangle en A : $BI^2 = BA^2 + AI^2 = 210^2 + 155^2 = 44\,100 + 24\,025 = 68\,125$.

$BI = \sqrt{68\,125} \approx 261,0$, soit **261 cm** au cm près.

2. L'immeuble de Joanne compte 15 vitres rectangulaires de 210 cm sur 155 cm. Avant un cyclone, elle colle une bande d'adhésif sur chacune des deux diagonales d'une vitre. Justifier qu'il lui faut environ 5,22 m d'adhésif par vitre.

Chaque diagonale de la vitre mesure $BI = 261$ cm (calculé à la question précédente), donc les deux diagonales représentent $2 \times 261 = 522$ cm, soit **5,22 m** d'adhésif par vitre.

3. Joanne dispose de 7 rouleaux d'adhésif de 10 m chacun. En a-t-elle assez pour les 15 vitres de l'immeuble ?

Pour les 15 vitres, il faut $15 \times 5,22 = 78,3$ m d'adhésif.

Or Joanne dispose de $7 \times 10 = 70$ m. Comme $70 < 78,3$, elle **n'a pas assez d'adhésif** : il lui manque un peu plus d'un rouleau.

Brevet 2020 — Amérique du Nord

1. Le triangle ABC est dessiné à main levée avec $AC = 10,4$ cm, $AB = 4$ cm et $BC = 9,6$ cm. Les points A, L, C sont alignés, ainsi que B, K, C, avec (KL) parallèle à (AB) et $CK = 3$ cm. Construire la figure en vraie grandeur.

Cette construction se réalise aux instruments : on trace le triangle ABC avec les longueurs données, puis le point K sur [BC] tel que $CK = 3$ cm, puis la parallèle à (AB) passant par K, qui coupe [AC] en L.

2. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

D'une part, $AC^2 = 10,4^2 = 108,16$.

D'autre part, $AB^2 + BC^2 = 4^2 + 9,6^2 = 16 + 92,16 = 108,16$.

On a donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

3. Calculer la longueur CL en cm.

Les points A, L, C sont alignés et les points B, K, C sont alignés dans le même ordre.

Les droites (KL) et (AB) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès, $\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA} = \frac{KL}{BA}$.

On a donc $\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA}$, soit $\frac{3}{9,6} = \frac{CL}{10,4}$,

d'où $CL = \frac{3 \times 10,4}{9,6} = \frac{31,2}{9,6} = \mathbf{3,25 \text{ cm}}$.

4. À la calculatrice, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$, au degré près.

Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après la définition du cosinus (CAH) : $\cos(\widehat{CAB}) = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{10,4} \approx 0,385$. La calculatrice donne alors $\widehat{CAB} \approx \mathbf{67^\circ}$ au degré près.

Brevet 2018 — Amérique du Nord**1. On donne un triangle ADE avec AD = 7 cm, AE = 4,2 cm, DE = 5,6 cm ; F est un point de [AD] avec AF = 2,5 cm et (FG) est parallèle à (DE), G étant sur [AE]. Réaliser une figure en vraie grandeur.**

On trace le triangle ADE aux dimensions données (AD = 7 cm, AE = 4,2 cm, DE = 5,6 cm), puis le point F sur [AD] tel que AF = 2,5 cm, et la parallèle à (DE) passant par F, qui coupe [AE] en G.

2. Prouver que le triangle ADE est rectangle en E.

D'une part, $AD^2 = 7^2 = 49$.

D'autre part, $AE^2 + DE^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$.

On a donc $AD^2 = AE^2 + DE^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle ADE est rectangle en E.**

3. Calculer la longueur FG.

Les points A, F, D sont alignés et les points A, G, E sont alignés dans le même ordre.

Les droites (FG) et (DE) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$$

d'où $\frac{AF}{AD} = \frac{FG}{DE}$, soit $\frac{2,5}{7} = \frac{FG}{5,6}$,

$$\text{donc } FG = \frac{2,5 \times 5,6}{7} = \frac{14}{7} = 2 \text{ cm.}$$

Brevet 2018 — Pondichéry

1. Une fléchette est représentée par le point F de coordonnées (72 ; 54) dans un repère d'origine O. En notant H le projeté de F sur l'axe des abscisses (donc OH = 72 et HF = 54), montrer que la distance OF vaut 90.

Le triangle OFH est rectangle en H (par construction, HF est vertical et OH horizontal).

D'une part, OF^2 est la quantité que l'on cherche à calculer.

D'autre part, d'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle OFH rectangle en H, $OF^2 = OH^2 + HF^2 = 72^2 + 54^2 = 5\,184 + 2\,916 = 8\,100$.

On a donc $OF = \sqrt{8\,100} = 90$.

Donc, d'après le théorème de Pythagore, **la distance OF est bien égale à 90.**

2. La cible est un disque de rayon 100 centré en O. D'une façon générale, quel nombre ne doit pas dépasser la distance OF pour que la fléchette atteigne la cible ?

Pour que le point F soit à l'intérieur du disque, il faut et il suffit que la distance OF soit strictement inférieure au rayon du disque : **la distance OF ne doit pas dépasser 100** (elle doit même lui être strictement inférieure).

3.a Un programme simule des lancers de fléchette, avec des coordonnées x et y aléatoires entre -100 et 100, répétés dans une boucle « répéter 120 fois ». Combien de lancers sont simulés à chaque exécution ?

La boucle du programme est répétée 120 fois : le programme simule donc **120 lancers**.

3.b Quel est le rôle de la variable score dans ce programme ?

La variable **score** compte, au fil des 120 lancers simulés, le nombre de fléchettes qui ont atteint la cible.

3.c Le programme utilise trois variables : carré de OF, distance et score. Comment compléter les lignes qui calculent le carré de OF, la distance, puis testent si la cible est atteinte ?

La variable carré de OF doit recevoir la somme du carré de l'abscisse et du carré de l'ordonnée du point simulé, soit $(\text{abscisse } x) \times (\text{abscisse } x) + (\text{ordonnée } y) \times (\text{ordonnée } y)$.

La variable distance doit recevoir la racine carrée de la variable carré de OF.

Le test doit ensuite comparer la variable distance à la valeur 100 : si distance est inférieure à 100, on ajoute 1 au score.

3.d Après une exécution du programme, la variable score est égale à 102. À quelle fréquence la cible a-t-elle été atteinte ? Exprimer le résultat sous forme de fraction irréductible.

La fréquence de réussite est $\frac{102}{120}$.

On simplifie : $\frac{102}{120} = \frac{51}{60} = \frac{17}{20}$ (en divisant par 2 puis par 3).

Donc, la réponse est $\frac{17}{20}$.

4. On admet que la probabilité d'atteindre la cible est égale au quotient de l'aire de la cible par l'aire de la plaque carrée (côté 200, rayon de la cible 100). Donner une valeur approchée de cette probabilité au centième près.

L'aire de la plaque carrée est $200^2 = 40\,000$.

L'aire de la cible (disque de rayon 100) est $\pi \times 100^2 = 10\,000\pi$.

La probabilité est donc $\frac{10\,000\pi}{40\,000} = \frac{\pi}{4} \approx \mathbf{0,79}$ au centième près.