

Thalès — Tous les corrigés

LOGIMATHS

Brevet 2026 — Antilles et Guyane

1. Justifier que $AM = 5,5$ m.

Le point A appartient au segment $[TM]$, donc $AM = MT - AT = 7,7 - 2,2 = 5,5$ m.

2. Montrer que la longueur AB est égale à 4,8 m.

Le triangle ABM est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore :

$$MB^2 = AB^2 + AM^2$$

$$AB^2 = MB^2 - AM^2 = 7,3^2 - 5,5^2 = 53,29 - 30,25 = 23,04$$

$$\text{Donc } AB = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ m.}$$

3. Calculer la mesure de l'angle ABM, arrondie au degré.

Dans le triangle ABM rectangle en A, d'après SOH-CAH-TOA, la tangente de l'angle ABM est égale au côté opposé divisé par le côté adjacent :

$$\tan(ABM) = \frac{AM}{AB} = \frac{5,5}{4,8}$$

$$\text{À la calculatrice : } ABM = \arctan\left(\frac{5,5}{4,8}\right) \approx 49^\circ.$$

4. Montrer que les droites (TE) et (BM) sont parallèles.

Les points E, A, B sont alignés et les points T, A, M sont alignés dans le même ordre.

$$\text{D'une part, } \frac{AE}{AB} = \frac{1,92}{4,8} = 0,4.$$

$$\text{D'autre part, } \frac{AT}{AM} = \frac{2,2}{5,5} = 0,4.$$

$$\text{On a donc } \frac{AE}{AB} = \frac{AT}{AM}.$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (TE) et (BM) sont parallèles.

5. Choisir le rapport de l'homothétie de centre A qui transforme le triangle AET en ABM.

L'homothétie transforme E en B et T en M, qui sont situés de l'autre côté du centre A : le rapport est donc négatif.

$$\frac{AM}{AT} = \frac{5,5}{2,2} = 2,5$$

Le rapport est $-2,5$ (Proposition 3).

Brevet 2026 — Amérique du Nord

1. Montrer que le triangle AED est un triangle rectangle en E.

D'une part, $AD^2 = 7,3^2 = 53,29$.

D'autre part, $AE^2 + ED^2 = 5,5^2 + 4,8^2 = 30,25 + 23,04 = 53,29$.

On a donc $AD^2 = AE^2 + ED^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle AED est rectangle en E.**

2. Calculer l'aire du triangle AED.

Le triangle AED est rectangle en E, donc [EA] et [ED] sont ses deux côtés de l'angle droit :

$$\text{Aire} = \frac{AE \times ED}{2} = \frac{5,5 \times 4,8}{2} = \mathbf{13,2 \text{ cm}^2}.$$

3. Pourquoi peut-on affirmer que les droites (BC) et (ED) sont parallèles ?

Le triangle ABC est rectangle en B, donc (BC) est perpendiculaire à (AB), c'est-à-dire à la droite (BE) puisque B, A et E sont alignés.

Le triangle AED est rectangle en E, donc (ED) est perpendiculaire à (AE), c'est-à-dire à cette même droite (BE).

Or, deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Donc **(BC) // (ED)**.

4. Calculer la valeur exacte de la longueur AB.

Les points B, A, E sont alignés et les points C, A, D sont alignés dans le même ordre.

Les droites (BC) et (ED) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{On a } \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED}$$

$$\text{d'où } \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{ED}$$

$$\text{donc } AB = \frac{AE \times BC}{ED} = \frac{5,5 \times 7,2}{4,8} = \mathbf{8,25 \text{ cm}} \text{ (valeur exacte).}$$

5. On admet que l'angle ACB mesure environ 49° . En déduire la mesure de l'angle ADE .

Les droites (BC) et (ED) sont parallèles et coupées par la sécante (CD) .

Les angles ACB et ADE sont alternes-internes, donc ils ont la même mesure.

Donc l'angle ADE mesure environ 49° .

Brevet 2026 — Asie

1. Montrer que la longueur du segment $[OA]$ est égale à 8 cm.

Le triangle OAD est rectangle en A (angle marqué). D'après le théorème de Pythagore :

$$OD^2 = OA^2 + AD^2$$

$$OA^2 = OD^2 - AD^2 = 8,2^2 - 1,8^2 = 67,24 - 3,24 = 64$$

$$\text{Donc } OA = \sqrt{64} = 8 \text{ cm.}$$

2. Justifier que les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

Le triangle OAD est rectangle en A , donc (AD) est perpendiculaire à (OA) , c'est-à-dire à la droite (OB) puisque O, A, B sont alignés.

Le triangle OBC est rectangle en B , donc (BC) est perpendiculaire à (OB) pour la même raison.

Or, deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Donc $(BC) \parallel (AD)$.

3. Calculer la longueur du segment $[OB]$.

Les points O, A, B sont alignés et les points O, D, C sont alignés dans le même ordre.

Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{On a } \frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC} = \frac{AD}{BC}$$

$$\text{d'où } \frac{OA}{OB} = \frac{AD}{BC}, \text{ soit } \frac{8}{OB} = \frac{1,8}{4,5}$$

$$\text{donc } OB = \frac{8 \times 4,5}{1,8} = 20 \text{ cm.}$$

4.a Calculer le volume du grand cône de hauteur $[OB]$, en cm^3 , arrondi à l'unité.

Le grand cône a pour rayon $BC = 4,5 \text{ cm}$ et pour hauteur $OB = 20 \text{ cm}$.

$$V = \frac{\pi \times R^2 \times H}{3} = \frac{\pi \times 4,5^2 \times 20}{3} = 135\pi \approx 424 \text{ cm}^3.$$

4.b Calculer le volume du gobelet, en cm^3 , arrondi à l'unité.

Le petit cône retiré a pour rayon $AD = 1,8 \text{ cm}$ et pour hauteur $OA = 8 \text{ cm}$.

$$\text{Volume du petit cône : } V = \frac{\pi \times 1,8^2 \times 8}{3} = 8,64\pi \text{ cm}^3.$$

Le gobelet est un tronc de cône : son volume est celui du grand cône moins celui du petit cône.

$$V_{\text{gobelet}} = 135\pi - 8,64\pi = 126,36\pi \approx \mathbf{397 \text{ cm}^3}.$$

Brevet 2026 — Centres étrangers G1**1. Tracer le triangle ABC en vraie grandeur.**

On trace un segment $[AB]$ de $6,4 \text{ cm}$, puis la perpendiculaire à (AB) en B , sur laquelle on place C tel que $AC = 8 \text{ cm}$ (à l'aide du compas), en laissant les traits de construction apparents.

2. Démontrer que $BC = 4,8 \text{ cm}$.

Le triangle ABC est rectangle en B . D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 8^2 - 6,4^2 = 64 - 40,96 = 23,04$$

$$\text{Donc } BC = \sqrt{23,04} = \mathbf{4,8 \text{ cm}}.$$

3. Justifier que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Le triangle ABC est rectangle en B , donc (BC) est perpendiculaire à (AB) , c'est-à-dire à la droite (AM) puisque A, B, M sont alignés.

Le triangle AMN est rectangle en M , donc (MN) est perpendiculaire à (AM) pour la même raison.

Or, deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Donc $(BC) \parallel (MN)$.

4. Démontrer que $MN = 7,2 \text{ cm}$ et $AN = 12 \text{ cm}$.

Les points A, B, M sont alignés et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre.

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{On a } \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

$$\text{Avec } AM = AB + BM = 6,4 + 3,2 = 9,6 \text{ cm, on calcule } \frac{AM}{AB} = \frac{9,6}{6,4} = 1,5.$$

$$\text{Donc } AN = AC \times 1,5 = 8 \times 1,5 = \mathbf{12 \text{ cm}}, \text{ et } MN = BC \times 1,5 = 4,8 \times 1,5 = \mathbf{7,2 \text{ cm}}.$$

5. Le périmètre du triangle ABC et le périmètre du quadrilatère BMNC sont-ils égaux ?

Périmètre de ABC = $AB + BC + AC = 6,4 + 4,8 + 8 = 19,2$ cm.

Pour le quadrilatère BMNC, il faut d'abord calculer $CN = AN - AC = 12 - 8 = 4$ cm.

Périmètre de BMNC = $BM + MN + NC + CB = 3,2 + 7,2 + 4 + 4,8 = 19,2$ cm.

Les deux périmètres sont égaux, ils valent chacun 19,2 cm.

Brevet 2026 — Métropole**1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.**

D'une part, $BC^2 = 8^2 = 64$.

D'autre part, $AC^2 + AB^2 = 4,8^2 + 6,4^2 = 23,04 + 40,96 = 64$.

On a donc $BC^2 = AC^2 + AB^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle ABC est rectangle en A.**

2. Montrer que DE = 6 cm et AE = 3,6 cm.

Les points C, A, E sont alignés et les points B, A, D sont alignés dans le même ordre.

Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{On a } \frac{CA}{AE} = \frac{BA}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

$$\text{d'où } \frac{CA}{AE} = \frac{BA}{AD}, \text{ soit } \frac{4,8}{AE} = \frac{6,4}{4,8}$$

$$\text{donc } AE = \frac{4,8 \times 4,8}{6,4} = \mathbf{3,6 \text{ cm}}$$

$$\text{et, d'après } \frac{BC}{DE} = \frac{BA}{AD}, \text{ on a } DE = \frac{8 \times 4,8}{6,4} = \mathbf{6 \text{ cm}}.$$

3. Montrer que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont égaux. Détailler la démarche.

Les droites (BC) et (DE) sont parallèles et coupées par la sécante (BD) (puisque B, A, D sont alignés).

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont alternes-internes par rapport à cette sécante, donc ils ont la même mesure.

$$\text{Donc } \widehat{ABC} = \widehat{ADE}.$$

4. Montrer que les triangles ABC et ADE sont semblables.

Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{DAE}$ sont opposés par le sommet A, donc égaux.

On a aussi $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$ (question précédente).

La somme des angles d'un triangle valant 180° , les troisièmes angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{AED}$ sont eux aussi égaux.

Les triangles ABC et ADE ont donc leurs angles égaux deux à deux : **ils sont semblables**.

5. Déterminer l'aire du quadrilatère BCDE.

Le triangle ABC est rectangle en A, donc l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 90° . Comme B, A, D sont alignés et C, A, E sont alignés, les quatre angles formés autour de A mesurent aussi 90° .

Le quadrilatère BCDE se décompose donc en 4 triangles rectangles en A : ABC, ACD, ADE et AEB.

$$\text{Aire(ABC)} = \frac{6,4 \times 4,8}{2} = 15,36 \text{ cm}^2 ; \text{Aire(ACD)} = \frac{4,8 \times 4,8}{2} = 11,52 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire(ADE)} = \frac{4,8 \times 3,6}{2} = 8,64 \text{ cm}^2 ; \text{Aire(AEB)} = \frac{3,6 \times 6,4}{2} = 11,52 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire(BCDE)} = 15,36 + 11,52 + 8,64 + 11,52 = \mathbf{47,04 \text{ cm}^2}.$$

Brevet 2025 — Amérique du Nord

1. Sur une figure : A, B, E, M alignés ; A, C, D alignés ; ADE rectangle en E ; ABC rectangle en B ; AD = 70 m, BC = 30 m, AC = 50 m, angle DME = 60° . Calculer la longueur AB.

Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore donne $AC^2 = AB^2 + BC^2$, soit $50^2 = AB^2 + 30^2$.

$$AB^2 = 50^2 - 30^2 = (50 + 30)(50 - 30) = 80 \times 20 = 1\,600 = 40^2, \text{ donc } \mathbf{AB = 40 \text{ m}}.$$

2. Montrer que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

(DE) et (BC) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (AB) (car ADE est rectangle en E et ABC rectangle en B) : elles sont donc **parallèles**.

3. Montrer que la longueur DE est égale à 42 m.

Les points B, A, E sont alignés, les points C, A, D sont alignés, et $(DE) \parallel (BC)$: c'est une configuration de Thalès, donc $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AD}$.

En particulier $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ ne donne pas directement DE ; on utilise $\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AD}$, soit $\frac{30}{DE} = \frac{50}{70}$, d'où $50 \times DE = 30 \times 70$, donc $DE = \frac{30 \times 70}{50} = 42 \text{ m}$.

4. Sachant que l'angle DME vaut 60° , montrer que la longueur EM est environ égale à 24,2 m.

Le triangle DME est rectangle en E avec un angle de 60° en M (donc 30° en D) : c'est un demi-triangle équilatéral, donc $DE = DM \times \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$42 = DM \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ donne $DM = \frac{84}{\sqrt{3}}$, et $EM = \frac{DM}{2} = \frac{42}{\sqrt{3}} \approx 24,2 \text{ m}$ (on peut aussi utiliser Pythagore dans DME).

5. En déduire l'aire du triangle AMD.

$$\text{Aire de DME} = \frac{DE \times EM}{2} = \frac{42 \times \frac{42}{\sqrt{3}}}{2} \approx 509,3 \text{ m}^2.$$

D'après Thalès, $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE}$, soit $\frac{40}{AE} = \frac{30}{42}$, donc $AE = \frac{40 \times 42}{30} = 56 \text{ m}$.

$$\text{Aire de ADE} = \frac{AE \times DE}{2} = \frac{56 \times 42}{2} = 1\,176 \text{ m}^2.$$

$$\text{Aire de AMD} = \text{Aire(ADE)} - \text{Aire(DME)} \approx 1\,176 - 509,3 \approx 666,7 \text{ m}^2.$$

Brevet 2025 — Asie**1. Sur une figure : G, C, E alignés ; F, C, D alignés ; $(GF) \parallel (DE)$; CDE rectangle en D ; $CD = 21,6 \text{ cm}$, $CE = 29,1 \text{ cm}$, $FC = 17,2 \text{ cm}$. Montrer que $DE = 19,5 \text{ cm}$.**

Dans le triangle CDE rectangle en D, Pythagore donne $CE^2 = CD^2 + DE^2$, soit $29,1^2 = 21,6^2 + DE^2$.

$$DE^2 = 846,81 - 466,56 = 380,25, \text{ donc } DE = \sqrt{380,25} = 19,5 \text{ cm}.$$

2. Calculer l'aire du triangle CDE.

$$\text{CDE est rectangle en D, donc } [CD] \text{ et } [DE] \text{ sont ses côtés de l'angle droit : aire} = \frac{CD \times DE}{2} = \frac{21,6 \times 19,5}{2} = 210,6 \text{ cm}^2.$$

3. Calculer la longueur GF arrondie au millimètre près.

G, C, E alignés et F, C, D alignés, avec $(GF) \parallel (DE)$: configuration de Thalès, $\frac{GF}{DE} = \frac{FC}{CD} = \frac{CG}{CE}$.

$$\frac{GF}{19,5} = \frac{17,2}{21,6}, \text{ donc } GF = 19,5 \times \frac{17,2}{21,6} \approx \mathbf{15,5 \text{ cm.}}$$

4.a Une droite (d) perpendiculaire à (FC) coupe [GC] en A et [FC] en B ; l'aire du triangle ABC mesure 23,4 cm² (logiciel). Montrer que cette aire vaut le neuvième de l'aire de CDE.

$\frac{1}{9} \times \mathcal{A}_{CDE} = \frac{1}{9} \times 210,6 = 23,4 \text{ cm}^2$: on retrouve exactement l'aire de ABC donnée par le logiciel.
L'aire de ABC est bien le neuvième de celle de CDE.

4.b On admet que les triangles ABC et EDC sont semblables. Déterminer la longueur AB.

(AB) et (DE) sont toutes deux perpendiculaires à (FC), donc parallèles : ABC et CDE forment une configuration de Thalès, donc sont semblables, de rapport k tel que $k^2 = \frac{1}{9}$ (rapport des aires).

$$k \text{ étant positif (rapport de longueurs), } k = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}.$$

$$AB \text{ correspond à } DE \text{ dans le rapport } k : AB = \frac{1}{3} \times DE = \frac{1}{3} \times 19,5 = \mathbf{6,5 \text{ cm.}}$$

Brevet 2025 — Métropole**1.a Léa veut installer des panneaux solaires rectangulaires (3 angles droits visibles) sur son toit. Quelle est la nature de cette figure ?**

Un quadrilatère possédant 3 angles droits est nécessairement un **rectangle** (le quatrième angle vaut alors aussi 90° par somme des angles).

1.b Chaque panneau mesure 1,70 m de long et 1,10 m de large. Calculer l'aire d'un panneau.

$$1,10 \times 1,70 = \mathbf{1,87 \text{ m}^2}.$$

1.c Léa installe 10 panneaux. Calculer l'aire totale occupée.

$$1,87 \times 10 = \mathbf{18,7 \text{ m}^2}.$$

2.a Sur la vue de côté du toit, le triangle AIC (I le pied de la hauteur du toit) est-il isocèle, rectangle, isocèle rectangle ou équilatéral ?

Le triangle AIC est **rectangle en I** (I est le pied de la hauteur, donc l'angle en I est droit).

2.b Sachant $AI = 4$ m et $IC = 3$ m, calculer la longueur AC .

Le triangle ACI est rectangle en I : $AC^2 = AI^2 + IC^2 = 16 + 9 = 25$, donc $AC = 5$ m.

3.a La partie rectangulaire du toit (AEGC) mesure 50 m^2 . Les 10 panneaux occupent environ 19 m^2 . La condition 1 impose que les panneaux occupent moins de 40 % de cette surface. Calculer le pourcentage occupé.

$$\frac{19}{50} = \frac{38}{100} = 38 \%, \text{ ce qui respecte la condition (moins de 40 \%).}$$

3.b La condition 2 impose que l'angle α de la pente du toit ait une tangente inférieure à 0,839. Parmi trois rapports proposés, lequel donne directement $\tan(\alpha)$?

$$\tan(\alpha) = \frac{IC}{AI} \text{ (côté opposé sur côté adjacent à l'angle } \alpha, \text{ dans le triangle rectangle AIC).}$$

3.c Calculer $\tan(\alpha)$.

$$\tan(\alpha) = \frac{IC}{AI} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

3.d Léa pourra-t-elle installer les 10 panneaux, en respectant les deux conditions ?

Condition 1 : $38\% < 40\%$: **respectée.**

Condition 2 : $\tan(\alpha) = 0,75 < 0,839$: **respectée.**

Les deux conditions étant réunies, **Léa pourra installer ses 10 panneaux solaires.**

Brevet 2024 — Amérique du Nord

Partie A. Sur une figure, les points A, C, E sont alignés, les points B, C, D sont alignés, $AB = 240$ mm, $CE = 80$ mm, et les angles en A et en B du triangle ABC mesurent chacun 60° . 1. Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

Dans le triangle ABC, les angles en A et en B mesurent chacun 60° d'après le codage de la figure.

La somme des angles d'un triangle vaut 180° , donc l'angle en C mesure $180 - (60 + 60) = 60^\circ$.

Le triangle ABC a ses trois angles de même mesure (60°) : il est donc **équilatéral**.

2. Montrer que les droites (DE) et (AB) sont parallèles.

Le triangle ABC est équilatéral (question 1), donc $AB = BC = CA = 240$ mm.

Les points A, C, E sont alignés et les points B, C, D sont alignés, avec C entre A et E, et C entre B et D (d'après le codage de la figure), et $CE = 80$ mm.

Dans le triangle DCE, les longueurs CD et CE sont dans le même rapport que CB et CA par rapport au triangle ABC : en particulier $\frac{CE}{CA} = \frac{80}{240} = \frac{1}{3}$.

Les droites (AB) et (DE) sont sécantes en C, avec A, C, E alignés d'une part et B, C, D alignés d'autre part : les conditions de la réciproque du théorème de Thalès sont réunies.

Comme les rapports $\frac{CE}{CA}$ et $\frac{CD}{CB}$ sont égaux (à $\frac{1}{3}$, par construction du triangle CDE semblable à CAB), la réciproque du théorème de Thalès permet de conclure que les droites (DE) et (AB) sont parallèles.

Partie B. Un programme Scratch utilise une variable « côté » pour tracer la figure précédente. Le lutin part du point de coordonnées $(-180 ; -150)$, orienté vers la droite (90°). 1. Quelles sont les coordonnées du point de départ du lutin (aucune justification attendue) ?

Les coordonnées du point de départ du lutin sont $(-180 ; -150)$, comme indiqué dans les premières instructions du programme.

2. Le programme fixe d'abord la variable « côté », puis exécute le bloc « triangle » (qui trace un triangle de côté « côté »), tourne de 60° vers la gauche, avance de 240 pas, refixe « côté » à « côté / 3 », puis exécute à nouveau le bloc « triangle ». Quelle valeur doit être saisie pour la variable « côté » avant le premier tracé (aucune justification attendue) ?

Le premier triangle tracé est le grand triangle ABC, dont le côté AB mesure 240 mm, soit 240 pas (1 pas représentant 1 mm).

La valeur à saisir pour la variable « côté » avant le premier appel du bloc « triangle » est donc **240**.

3. Le lutin démarre au point de coordonnées repéré par la case D8 sur une grille quadrillée. Dans quelle case se trouve-t-il juste après avoir tracé le grand triangle, tourné de 60° et avancé de 240 pas ?

Après avoir tracé le grand triangle ABC (retour au point de départ D8), le lutin tourne de 60° vers la gauche puis avance de 240 pas : ce déplacement l'amène au sommet D de la figure, en haut de la grille.

En reportant ce déplacement sur le quadrillage fourni, le lutin se trouve alors dans la case **G3**.

4. Expliquer l'instruction « côté / 3 » utilisée avant le tracé du second triangle.

Le second triangle tracé est le petit triangle CDE, dont le côté CE mesure 80 mm, soit le tiers du côté du grand triangle ABC (240 mm), puisque $\frac{240}{3} = 80$.

L'instruction « côté / 3 » permet donc de réduire la longueur du côté dans le rapport $\frac{1}{3}$, afin que le bloc « triangle » trace cette fois le petit triangle CDE à la bonne échelle.

Brevet 2024 — Asie

Trois affirmations sont proposées ; pour chacune, il fallait dire si elle est vraie ou fausse en justifiant. 1. Un assemblage de quatre cubes identiques est représenté en perspective cavalière (trois cubes posés sur un même plan et un quatrième cube posé au-dessus). Affirmation 1 : « La vue de droite de cet assemblage est un rectangle simple, sans trait supplémentaire. » Vrai ou faux ?

L'affirmation est **fausse**.

Le solide comporte un cube supplémentaire posé au-dessus des trois autres. Sur n'importe quelle vue latérale (de face, de dos, de gauche ou de droite), ce cube du dessus doit apparaître comme un rectangle plus petit, dessiné au-dessus (ou empiétant sur) le contour du reste du solide.

Un simple rectangle plein, sans trait indiquant la présence de ce cube supplémentaire, ne peut donc pas être la bonne vue de droite.

2. Sur un schéma (non fourni à l'échelle), cinq points U, O, S, D, N sont placés de sorte que S, N, O soient alignés dans cet ordre et que S, U, D soient alignés dans cet ordre, avec $ON = 6$ cm, $SU = 5$ cm et $UD = 6$ cm. Affirmation 2 : « Les droites (NU) et (OD) sont parallèles. » Vrai ou faux ?

L'affirmation est **fausse**.

Les points S, N, O sont alignés dans cet ordre, avec $ON = 6$ cm : N est le milieu de [SO], donc $\frac{SN}{SO} = \frac{1}{2}$.

Les points S, U, D sont alignés dans cet ordre, avec $SU = 5$ cm et $UD = 6$ cm, donc $SD = SU + UD = 11$ cm, et $\frac{SU}{SD} = \frac{5}{11}$.

Or $\frac{1}{2} \neq \frac{5}{11}$ (on peut comparer $1 \times 11 = 11$ et $2 \times 5 = 10$, qui sont différents).

D'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (NU) et (OD) ne sont donc pas parallèles.

3. Une urne opaque contient 4 boules rouges et 6 boules bleues indiscernables au toucher ; on y tire une boule au hasard. Un dé non truqué à 6 faces numérotées de 1 à 6 est lancé. Affirmation 3 : « La probabilité de tirer une boule bleue dans l'urne est supérieure à la probabilité d'obtenir un nombre pair avec le dé. » Vrai ou faux ?

L'affirmation est **vraie**.

Les boules étant indiscernables au toucher, le tirage dans l'urne est équiprobable : l'urne contient $4 + 6 = 10$ boules dont 6 bleues, donc $P(\text{bleue}) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$.

Le dé étant non truqué, chaque face a la même probabilité : les issues paires sont 2, 4 et 6, soit 3 issues favorables sur 6, donc $P(\text{pair}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$.

Comme $0,6 > 0,5$, la probabilité d'obtenir une boule bleue est bien supérieure à celle d'obtenir un nombre pair.

Brevet 2023 — Métropole, Antilles et Guyane

1. Un logiciel de programmation par blocs doit tracer un losange de côté 50 pas grâce à un bloc « losange » personnalisé, qui répète un certain nombre de fois la séquence : avancer, tourner de 60° , avancer, tourner de 120° . Comme un losange a quatre côtés égaux et que chaque passage du bloc trace deux côtés, combien de répétitions faut-il programmer, et quelle est la longueur du deuxième « avancer » de la séquence ?

Un losange possède quatre côtés de même longueur, ici 50 pas chacun.

Chaque exécution de la séquence entre accolades trace deux côtés du losange (un « avancer » avant le premier virage, un « avancer » avant le second) : il faut donc **répéter la séquence 2 fois** pour tracer les quatre côtés.

Comme tous les côtés du losange mesurent 50 pas, le deuxième « avancer » de la séquence doit lui aussi valoir **50 pas**.

2. Trois scripts assemblent plusieurs losanges identiques en une figure, en répétant 4 fois le motif « tracer un losange puis avancer d'une certaine distance » : le script 1 avance de 50 pas entre deux losanges (soit la longueur d'un côté), le script 2 avance de 100 pas (soit le double), et le script 3 avance de 50 pas puis décale aussi la position verticale de 30. Trois figures sont proposées : la figure A, une bande de 4 losanges alignés mais espacés ; la figure B, une bande de 4 losanges alignés et décalés en diagonale montante ; la figure C, une bande de 4 losanges bien serrés côte à côte. À quelle figure correspond chaque script ?

Le script 1 avance exactement de la longueur d'un côté (50 pas) entre deux losanges répétés à l'identique sur une même ligne : les losanges se recollent bord à bord, ce qui correspond à la figure la plus resserrée, la **figure C**.

Le script 2 avance du double (100 pas) entre deux losanges sur une même ligne : un espace vide apparaît entre chaque losange, ce qui correspond à la figure la plus espacée, la **figure A**.

Le script 3 avance de 50 pas comme le script 1, mais décale en plus la hauteur (« ajouter 30 à y ») à chaque répétition : les losanges se répètent alors en diagonale montante, ce qui correspond à la **figure B**.

L'association est donc : **script 1** → **figure C**, **script 2** → **figure A**, **script 3** → **figure B**.

3. En répétant 6 fois la séquence « tracer un losange puis tourner de 60° » à partir d'un même point, on obtient une rosace de six losanges accolés en étoile autour d'un centre C. Sur cette figure, quelle transformation permet d'obtenir le losange ABCD à partir du losange voisin EDCF (qui partage le sommet C et le côté [DC] avec ABCD) ?

Le programme tourne de 60° autour du même point de départ avant de tracer chaque nouveau losange : chaque losange est donc l'image du précédent par une rotation de centre ce point commun et d'angle 60° .

Le point commun à tous les losanges de la rosace est le sommet C : la transformation qui envoie le losange EDCF sur le losange ABCD est donc **la rotation de centre C et d'angle 60°** .

Brevet 2023 — Amérique du Nord

1. Sur une figure (non tracée à l'échelle), les points L, N, A forment un triangle avec $AN = 13$ cm, $LN = 5$ cm, $AL = 12$ cm ; le point O appartient au segment [LN] avec $ON = 3$ cm, et le point H appartient au segment [NA], avec (OH) perpendiculaire à (LN). Montrer que le triangle LNA est rectangle en L.

Dans le triangle LNA, le côté le plus long est [AN], avec $AN^2 = 13^2 = 169$.

D'autre part, $LN^2 + AL^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$.

On a bien $AN^2 = LN^2 + AL^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle LNA est rectangle en L.

2. Montrer que la longueur OH est égale à 7,2 cm.

Le triangle LNA est rectangle en L, donc $(AL) \perp (LN)$. Or $(OH) \perp (LN)$ d'après l'énoncé.

Les droites (AL) et (OH), toutes deux perpendiculaires à la droite (LN), sont donc parallèles entre elles.

Les droites (NA) et (NL) sont sécantes en N, avec O sur [NL] et H sur [NA] : les conditions du théorème de Thalès sont réunies pour les triangles NOH et NLA.

D'après le théorème de Thalès, $\frac{NO}{NL} = \frac{NH}{NA} = \frac{OH}{LA}$, soit $\frac{3}{5} = \frac{OH}{12}$, d'où $OH = \frac{3 \times 12}{5} = \frac{36}{5} = 7,2$ cm.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{LNA}$, arrondie au degré.

Dans le triangle LNA rectangle en L, l'angle $\widehat{LNA}$ a pour côté adjacent [LN] et pour hypoténuse [NA].

D'après SOH-CAH-TOA, $\cos \widehat{LNA} = \frac{LN}{NA} = \frac{5}{13}$.

Donc $\widehat{\text{LNA}} = \cos^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) \approx 67,38^\circ$, soit environ **67°** .

4. Pourquoi les triangles LNA et ONH sont-ils semblables ?

Les triangles LNA et ONH ont en commun l'angle $\widehat{\text{LNA}} = \widehat{\text{ONH}}$ (même sommet N).

De plus, le triangle LNA est rectangle en L et, d'après la question 2, $(OH) \perp (LN)$ donc le triangle ONH est rectangle en O : $\widehat{\text{NLA}} = \widehat{\text{NOH}} = 90^\circ$.

Les triangles LNA et ONH ont donc deux paires d'angles de même mesure : ils sont semblables.

5.a Quelle est l'aire du quadrilatère LOHA ?

On calcule d'abord l'aire du triangle LNA, rectangle en L : $\mathcal{A}_{\text{LNA}} = \frac{LN \times LA}{2} = \frac{5 \times 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$.

On calcule ensuite l'aire du triangle ONH, rectangle en O : $\mathcal{A}_{\text{ONH}} = \frac{ON \times OH}{2} = \frac{3 \times 7,2}{2} = 10,8 \text{ cm}^2$.

Le quadrilatère LOHA s'obtient en retirant le triangle ONH du triangle LNA : $\mathcal{A}_{\text{LOHA}} = \mathcal{A}_{\text{LNA}} - \mathcal{A}_{\text{ONH}} = 30 - 10,8 = \mathbf{19,2 \text{ cm}^2}$.

5.b Quelle proportion de l'aire du triangle LNA représente l'aire du quadrilatère LOHA ?

On calcule le quotient des deux aires : $\frac{\mathcal{A}_{\text{LOHA}}}{\mathcal{A}_{\text{LNA}}} = \frac{19,2}{30} = 0,64$.

L'aire du quadrilatère LOHA représente donc $0,64 = \frac{64}{100}$, soit **64 %** de l'aire du triangle LNA.

Brevet 2023 — Nouvelle-Calédonie

1. Le parcours de la randonnée est schématisé par le triangle DMV, avec N sur [DM] et P sur [DV] tels que (NP) et (VM) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (DM). Justifier que (PN) et (VM) sont parallèles.

Les droites (PN) et (VM) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (DM) : deux droites perpendiculaires à une même troisième droite sont parallèles entre elles, donc **(PN) et (VM) sont parallèles**.

2. On donne $\text{DM} = 3,8 \text{ km}$ (distance totale de la randonnée), $\text{MV} = 741 \text{ m}$ (altitude maximale) et Fabienne, partie de D, atteint le panneau P après avoir parcouru $\text{DP} = 3 \text{ km}$. Déterminer l'altitude de Fabienne au panneau P.

- Les droites (PN) et (VM) étant parallèles, avec P sur (DV) et N sur (DM), on se trouve dans une configuration de Thalès dans le triangle DMV.
- Le théorème de Thalès donne : $\frac{\text{DP}}{\text{DV}} = \frac{\text{PN}}{\text{VM}}$.

- En remplaçant : $\frac{3}{3,8} = \frac{PN}{741}$.
- On en déduit $PN = \frac{3 \times 741}{3,8} = \frac{2223}{3,8} = 585$ m. Fabienne se trouve donc à 585 m d'altitude au panneau P.

3. Fabienne a parcouru les 3 km du trajet [DP] en 2 heures. Quelle est sa vitesse moyenne, en km/h, sur ce trajet ?

La vitesse moyenne est la distance parcourue divisée par la durée : $\frac{3}{2} = 1,5$ km/h.

4. Sur la fin du parcours [PV], Fabienne marche à une vitesse moyenne de 1,2 km/h. La durée totale estimée de la randonnée est de 2 h 30 min. A-t-elle dépassé cette durée ?

- La distance totale de la randonnée est $DV = 3,8$ km ; Fabienne a déjà parcouru $DP = 3$ km, il lui reste donc $PV = 3,8 - 3 = 0,8$ km à parcourir.
- À la vitesse de 1,2 km/h, le temps nécessaire pour parcourir ces 0,8 km est $\frac{0,8}{1,2} = \frac{2}{3}$ h.
- Or $\frac{2}{3}$ h = $\frac{2}{3} \times 60 = 40$ minutes : Fabienne met donc 2 h (pour [DP]) + 40 min (pour [PV]) = **2 h 40 min** au total.
- Comme 2 h 40 min est supérieur à la durée estimée de 2 h 30 min, **Fabienne a bien dépassé cette durée** (de 10 minutes).

Brevet 2022 — Nouvelle-Calédonie

1. Construire un triangle MWB tel que $MB = 7,5$ cm, $WB = 4,5$ cm et $MW = 6$ cm.

On trace le segment [MB] de 7,5 cm, puis on place le point W à l'intersection de l'arc de cercle de centre M et de rayon 6 cm avec l'arc de cercle de centre B et de rayon 4,5 cm.

2. Montrer que le triangle MWB est rectangle en W.

D'une part $MB^2 = 7,5^2 = 56,25$.

D'autre part $MW^2 + WB^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$.

Comme $MB^2 = MW^2 + WB^2$, la réciproque du théorème de Pythagore permet de conclure que **le triangle MWB est rectangle en W**.

3. Calculer la mesure de l'angle BMW, arrondie au degré près.

Dans le triangle MWB rectangle en W, le côté [MW] est adjacent à l'angle $\widehat{BMW}$ et [MB] est l'hypoténuse, donc $\cos(\widehat{BMW}) = \frac{MW}{MB} = \frac{6}{7,5} = 0,8$.

La calculatrice donne $\widehat{BMW} = \cos^{-1}(0,8) \approx 36,87^\circ$, soit **environ 37°**.

4.a Placer le point F sur le segment [WB] tel que $WF = 3$ cm.

F est le point du segment [WB] situé à 3 cm de W (et donc à $4,5 - 3 = 1,5$ cm de B).

4.b Tracer la parallèle à (MB) passant par F ; elle coupe (MW) en E. Placer le point E.

On trace, par le point F, la droite parallèle à (MB) ; son intersection avec la droite (MW) donne le point E.

4.c Calculer WE.

Les droites (EF) et (MB) sont parallèles, avec E sur (WM) et F sur (WB) : on est dans une configuration de Thalès dans le triangle WMB, ce qui donne $\frac{WE}{WM} = \frac{WF}{WB}$.

Soit $\frac{WE}{6} = \frac{3}{4,5}$, d'où $WE = 6 \times \frac{3}{4,5} = \frac{18}{4,5} = 4$ cm.

5.a Placer le point T sur la demi-droite [MW) tel que $MT = 10$ cm.

T est situé sur la demi-droite [MW), au-delà de W puisque $MT = 10$ cm est supérieur à $MW = 6$ cm.

5.b Tracer le segment [TB].

On relie les points T et B par un segment.

6. Calculer la longueur TE.

Comme M, W, T sont alignés dans cet ordre (T au-delà de W sur la demi-droite [MW)), on a $MT = MW + WT$, soit $10 = 6 + WT$, d'où $WT = 4$ cm.

Les points T, W, E : W et E sont du même côté par rapport à M sur (MW), et T est au-delà de W, donc $TE = TW + WE = 4 + 4 = 8$ cm.

Brevet 2021 — Métropole, Antilles et Guyane**1. Le parc du Futuroscope a accueilli 1,9 million de visiteurs en 2019. Combien de visiteurs supplémentaires auraient été nécessaires pour atteindre 2 millions ?**

1,9 million s'écrit 1 900 000 et 2 millions s'écrivent 2 000 000.

Il aurait donc fallu $2\,000\,000 - 1\,900\,000 = 100\,000$ visiteurs de plus pour atteindre les 2 millions.

2. Peut-on dire qu'il y a eu environ 5 200 visiteurs par jour au Futuroscope en 2019 ? Justifier.

2019 n'est pas une année bissextile, elle compte donc 365 jours.

Le nombre moyen de visiteurs par jour est $\frac{1\,900\,000}{365} \approx 5\,205$.

Cette valeur est bien proche de 5 200 : **l'affirmation est vraie**, il y a bien eu environ 5 200 visiteurs par jour en 2019.

3.a Un professeur veut répartir 126 garçons et 90 filles en groupes identiques. Décomposer 126 et 90 en produit de facteurs premiers.

En divisant successivement par les nombres premiers : $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$.

3.b Trouver tous les entiers qui divisent à la fois 126 et 90.

En combinant les facteurs premiers communs 2 et 3^2 , les diviseurs communs à 126 et 90 sont **1, 2, 3, 6, 9 et 18** (ce sont tous les diviseurs de $2 \times 3^2 = 18$, le plus grand diviseur commun aux deux nombres).

3.c En déduire le plus grand nombre de groupes identiques que le professeur peut constituer, ainsi que le nombre de filles et de garçons par groupe.

Pour que chaque groupe ait le même nombre de filles et le même nombre de garçons, le nombre de groupes doit diviser à la fois 126 et 90.

Le plus grand diviseur commun trouvé précédemment est 18 : le professeur peut donc former au maximum **18 groupes**.

Chaque groupe comptera alors $126 \div 18 = 7$ garçons et $90 \div 18 = 5$ filles.

4. Marie (1,60 m) se place à 2 m d'un arbre imaginaire de sorte que son ombre coïncide avec celle de la Gyrotour du Futuroscope. La distance entre Marie et le pied de la tour est alors de 54,25 m. Calculer la hauteur de la Gyrotour.

Notons A le point du sol d'où partent les rayons du soleil, D les pieds de Marie et E le sommet de sa tête, C le pied de la tour et B son sommet ; les points A, D, C sont alignés et les points A, E, B aussi.

Marie et la tour se tiennent toutes deux verticalement sur un sol horizontal : les droites (ED) et (BC) sont donc parallèles.

D'après le théorème de Thalès appliqué aux droites (AC) et (AB) sécantes en A, coupées par les parallèles (DE) et (CB) : $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{CB}$.

On a $AD = 2$ m, $AC = 2 + 54,25 = 56,25$ m et $DE = 1,60$ m, donc $\frac{2}{56,25} = \frac{1,60}{CB}$.

D'où $CB = \frac{1,60 \times 56,25}{2} = 45$ m : la Gyrotour mesure 45 m de haut.

Brevet 2020 — Amérique du Nord

1. Le triangle ABC est dessiné à main levée avec $AC = 10,4$ cm, $AB = 4$ cm et $BC = 9,6$ cm. Les points A, L, C sont alignés, ainsi que B, K, C, avec (KL) parallèle à (AB) et $CK = 3$ cm. Construire la figure en vraie grandeur.

Cette construction se réalise aux instruments : on trace le triangle ABC avec les longueurs données, puis le point K sur [BC] tel que $CK = 3$ cm, puis la parallèle à (AB) passant par K, qui coupe [AC] en L.

2. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

D'une part, $AC^2 = 10,4^2 = 108,16$.

D'autre part, $AB^2 + BC^2 = 4^2 + 9,6^2 = 16 + 92,16 = 108,16$.

On a donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

3. Calculer la longueur CL en cm.

Les points A, L, C sont alignés et les points B, K, C sont alignés dans le même ordre.

Les droites (KL) et (AB) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès, $\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA} = \frac{KL}{BA}$.

On a donc $\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA}$, soit $\frac{3}{9,6} = \frac{CL}{10,4}$,

d'où $CL = \frac{3 \times 10,4}{9,6} = \frac{31,2}{9,6} = 3,25$ cm.

4. À la calculatrice, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$, au degré près.

Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après la définition du cosinus (CAH) : $\cos(\widehat{CAB}) = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{10,4} \approx 0,385$. La calculatrice donne alors $\widehat{CAB} \approx 67^\circ$ au degré près.

Brevet 2019 — Métropole, Antilles et Guyane

1. Un bloc Scratch « Carré » répète 4 fois : avancer de 5 pas, tourner de 90° , avancer de 5 pas, avant de relever le stylo et d'avancer de 10 pas. En prenant 1 cm pour 2 pixels, décrire la figure tracée et les positions de départ et d'arrivée du stylo.

Chaque répétition trace un côté de $5 + 5 = 10$ pixels, donc le bloc trace un **carré de côté 10 pixels**, soit 5 cm avec la conversion donnée.

Le stylo part du point de départ (0 ; 0), oriente vers la droite, trace le carré puis revient à son point de départ (le carré est fermé), relève le stylo et avance de 10 pixels : il **termine à 10 pixels (5 cm) à droite de son point de départ**.

2. Le script 1 exécute 23 fois de suite le bloc « Carré » puis le bloc « Tiret » ; le script 2 exécute 46 fois, à chaque fois, soit le bloc « Carré » soit le bloc « Tiret », choisi au hasard. Attribuer à chaque script le dessin obtenu (dessin A ou dessin B), l'un régulier et alternant carré-tiret, l'autre plus désordonné.

Le script 1 alterne toujours un carré puis un tiret, de façon parfaitement régulière : il correspond au **dessin régulier (dessin B)**.

Le script 2 choisit aléatoirement, à chaque étape, entre un carré et un tiret : la suite des motifs n'est pas régulière, ce qui correspond au **dessin désordonné (dessin A)**.

3.a En exécutant le script 2, quelle est la probabilité que le premier élément tracé soit un carré ?

À chaque étape, il y a deux issues également probables (carré ou tiret), donc la probabilité que le premier élément soit un carré est $\frac{1}{2} = \mathbf{0,5}$.

3.b Quelle est la probabilité que les deux premiers éléments tracés soient tous les deux des carrés ?

Les deux tirages (premier élément, deuxième élément) sont indépendants, chacun avec une probabilité $\frac{1}{2}$ d'être un carré.

La probabilité recherchée est $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \mathbf{0,25}$.

4. On veut qu'à chaque élément tracé (carré ou tiret) dans le script 2, la couleur du stylo soit choisie aléatoirement entre noir et rouge, avec une chance sur deux pour chaque couleur. Décrire les instructions à ajouter et leur emplacement dans le script 2.

Juste avant de tracer chaque élément (avant l'appel au bloc « Carré » ou « Tiret », à l'intérieur de la boucle « répéter 46 fois » du script 2), il faut insérer un test conditionnel du type : « si nombre

aléatoire entre 1 et 2 = 1, alors mettre la couleur du stylo à rouge, sinon mettre la couleur du stylo à noir ».

Ainsi, à chaque itération, une des deux couleurs est choisie avec une chance sur deux avant que l'élément ne soit tracé.

Brevet 2018 — Amérique du Nord

1. On donne un triangle ADE avec $AD = 7$ cm, $AE = 4,2$ cm, $DE = 5,6$ cm ; F est un point de [AD] avec $AF = 2,5$ cm et (FG) est parallèle à (DE), G étant sur [AE]. Réaliser une figure en vraie grandeur.

On trace le triangle ADE aux dimensions données ($AD = 7$ cm, $AE = 4,2$ cm, $DE = 5,6$ cm), puis le point F sur [AD] tel que $AF = 2,5$ cm, et la parallèle à (DE) passant par F, qui coupe [AE] en G.

2. Prouver que le triangle ADE est rectangle en E.

D'une part, $AD^2 = 7^2 = 49$.

D'autre part, $AE^2 + DE^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$.

On a donc $AD^2 = AE^2 + DE^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle ADE est rectangle en E.**

3. Calculer la longueur FG.

Les points A, F, D sont alignés et les points A, G, E sont alignés dans le même ordre.

Les droites (FG) et (DE) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$$

$$\text{d'où } \frac{AF}{AD} = \frac{FG}{DE}, \text{ soit } \frac{2,5}{7} = \frac{FG}{5,6},$$

$$\text{donc } FG = \frac{2,5 \times 5,6}{7} = \frac{14}{7} = \mathbf{2 \text{ cm}}.$$