

# Triangles — Tous les corrigés

## LOGIMATHS

---

### Brevet 2026 — Amérique du Nord

#### 1. Montrer que le triangle AED est un triangle rectangle en E.

D'une part,  $AD^2 = 7,3^2 = 53,29$ .

D'autre part,  $AE^2 + ED^2 = 5,5^2 + 4,8^2 = 30,25 + 23,04 = 53,29$ .

On a donc  $AD^2 = AE^2 + ED^2$ , l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AED est rectangle en E.

#### 2. Calculer l'aire du triangle AED.

Le triangle AED est rectangle en E, donc [EA] et [ED] sont ses deux côtés de l'angle droit :

$$\text{Aire} = \frac{AE \times ED}{2} = \frac{5,5 \times 4,8}{2} = \mathbf{13,2 \text{ cm}^2}.$$

#### 3. Pourquoi peut-on affirmer que les droites (BC) et (ED) sont parallèles ?

Le triangle ABC est rectangle en B, donc (BC) est perpendiculaire à (AB), c'est-à-dire à la droite (BE) puisque B, A et E sont alignés.

Le triangle AED est rectangle en E, donc (ED) est perpendiculaire à (AE), c'est-à-dire à cette même droite (BE).

Or, deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Donc (BC) // (ED).

#### 4. Calculer la valeur exacte de la longueur AB.

Les points B, A, E sont alignés et les points C, A, D sont alignés dans le même ordre.

Les droites (BC) et (ED) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{On a } \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED}$$

$$\text{d'où } \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{ED}$$

$$\text{donc } AB = \frac{AE \times BC}{ED} = \frac{5,5 \times 7,2}{4,8} = \mathbf{8,25 \text{ cm}} \text{ (valeur exacte).}$$

**5. On admet que l'angle ACB mesure environ  $49^\circ$ . En déduire la mesure de l'angle ADE.**

Les droites (BC) et (ED) sont parallèles et coupées par la sécante (CD).

Les angles ACB et ADE sont alternes-internes, donc ils ont la même mesure.

Donc l'angle ADE mesure environ  $49^\circ$ .

**Brevet 2026 — Centres étrangers G1****1. Tracer le triangle ABC en vraie grandeur.**

On trace un segment [AB] de 6,4 cm, puis la perpendiculaire à (AB) en B, sur laquelle on place C tel que  $AC = 8$  cm (à l'aide du compas), en laissant les traits de construction apparents.

**2. Démontrer que  $BC = 4,8$  cm.**

Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 8^2 - 6,4^2 = 64 - 40,96 = 23,04$$

$$\text{Donc } BC = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ cm.}$$

**3. Justifier que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.**

Le triangle ABC est rectangle en B, donc (BC) est perpendiculaire à (AB), c'est-à-dire à la droite (AM) puisque A, B, M sont alignés.

Le triangle AMN est rectangle en M, donc (MN) est perpendiculaire à (AM) pour la même raison.

Or, deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

Donc (BC) // (MN).

**4. Démontrer que  $MN = 7,2$  cm et  $AN = 12$  cm.**

Les points A, B, M sont alignés et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre.

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{On a } \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

$$\text{Avec } AM = AB + BM = 6,4 + 3,2 = 9,6 \text{ cm, on calcule } \frac{AM}{AB} = \frac{9,6}{6,4} = 1,5.$$

$$\text{Donc } AN = AC \times 1,5 = 8 \times 1,5 = 12 \text{ cm, et } MN = BC \times 1,5 = 4,8 \times 1,5 = 7,2 \text{ cm.}$$

**5. Le périmètre du triangle ABC et le périmètre du quadrilatère BMNC sont-ils égaux ?**

Périmètre de ABC =  $AB + BC + AC = 6,4 + 4,8 + 8 = 19,2$  cm.

Pour le quadrilatère BMNC, il faut d'abord calculer  $CN = AN - AC = 12 - 8 = 4$  cm.

Périmètre de BMNC =  $BM + MN + NC + CB = 3,2 + 7,2 + 4 + 4,8 = 19,2$  cm.

**Les deux périmètres sont égaux**, ils valent chacun 19,2 cm.

**Brevet 2025 — Amérique du Nord****1. Sur une figure : A, B, E, M alignés ; A, C, D alignés ; ADE rectangle en E ; ABC rectangle en B ; AD = 70 m, BC = 30 m, AC = 50 m, angle DME = 60°. Calculer la longueur AB.**

Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore donne  $AC^2 = AB^2 + BC^2$ , soit  $50^2 = AB^2 + 30^2$ .

$AB^2 = 50^2 - 30^2 = (50 + 30)(50 - 30) = 80 \times 20 = 1\,600 = 40^2$ , donc **AB = 40 m**.

**2. Montrer que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.**

(DE) et (BC) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (AB) (car ADE est rectangle en E et ABC rectangle en B) : elles sont donc **parallèles**.

**3. Montrer que la longueur DE est égale à 42 m.**

Les points B, A, E sont alignés, les points C, A, D sont alignés, et (DE) // (BC) : c'est une configuration de Thalès, donc  $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AD}$ .

En particulier  $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$  ne donne pas directement DE ; on utilise  $\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AD}$ , soit  $\frac{30}{DE} = \frac{50}{70}$ , d'où  $50 \times DE = 30 \times 70$ , donc  $DE = \frac{30 \times 70}{50} = \mathbf{42\ m}$ .

**4. Sachant que l'angle DME vaut 60°, montrer que la longueur EM est environ égale à 24,2 m.**

Le triangle DME est rectangle en E avec un angle de 60° en M (donc 30° en D) : c'est un demi-triangle équilatéral, donc  $DE = DM \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$42 = DM \times \frac{\sqrt{3}}{2}$  donne  $DM = \frac{84}{\sqrt{3}}$ , et  $EM = \frac{DM}{2} = \frac{42}{\sqrt{3}} \approx \mathbf{24,2\ m}$  (on peut aussi utiliser Pythagore dans DME).

**5. En déduire l'aire du triangle AMD.**

$$\text{Aire de DME} = \frac{DE \times EM}{2} = \frac{42 \times \frac{42}{\sqrt{3}}}{2} \approx 509,3 \text{ m}^2.$$

D'après Thalès,  $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE}$ , soit  $\frac{40}{AE} = \frac{30}{42}$ , donc  $AE = \frac{40 \times 42}{30} = 56 \text{ m}$ .

$$\text{Aire de ADE} = \frac{AE \times DE}{2} = \frac{56 \times 42}{2} = 1\,176 \text{ m}^2.$$

$$\text{Aire de AMD} = \text{Aire(ADE)} - \text{Aire(DME)} \approx 1\,176 - 509,3 \approx \mathbf{666,7 \text{ m}^2}.$$

**Bac Terminale 2025 — Métropole (jour 2)**

**Partie A — 1.** L'espace est muni d'un repère orthonormé. On donne  $A(-1; 2; 1)$ ,  $B(1; -1; 2)$ ,  $C(1; 1; 1)$ , la droite (d) :  $x = \frac{3}{2} + 2t$ ,  $y = 2 + t$ ,  $z = 3 - t$ , et (d') :  $x = s$ ,  $y = \frac{3}{2} + s$ ,  $z = 3 - 2s$ .

**Montrer que (d) et (d') sont sécantes au point  $S(-\frac{1}{2}; 1; 4)$ .**

Chercher un point commun revient à résoudre  $\frac{3}{2} + 2t = s$ ,  $2 + t = \frac{3}{2} + s$ ,  $3 - t = 3 - 2s$ .

En substituant  $s = \frac{3}{2} + 2t$  dans les deux dernières équations :  $2 + t = 3 + 2t \iff t = -1$ , et  $3 - t = -4t \iff 3t = -3 \iff t = -1$  (cohérent), d'où  $s = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$ .

Ces deux valeurs donnent bien le même point  $(-\frac{1}{2}; 1; 4)$  sur les deux droites : **elles sont donc sécantes en S.**

**Partie A — 2.a** Montrer que le vecteur  $\vec{n}(1; 2; 4)$  est normal au plan (ABC).

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ne sont pas colinéaires.}$$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 - 6 + 4 = 0 \text{ et } \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 - 2 + 0 = 0 : \vec{n} \text{ est donc normal au plan (ABC).}$$

**Partie A — 2.b** En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est  $x + 2y + 4z - 7 = 0$ .

$\vec{n}$  étant normal à (ABC), ce plan a une équation de la forme  $x + 2y + 4z + d = 0$ ; comme  $C(1; 1; 1)$  appartient au plan :  $1 + 2 + 4 + d = 0 \iff d = -7$ , soit  $x + 2y + 4z - 7 = 0$ .

**Partie A — 3.** Démontrer que A, B, C et S ne sont pas coplanaires.

A, B, C définissant un plan, il suffit de vérifier que S n'appartient pas à ce plan :  $-\frac{1}{2} + 2 \times 1 + 4 \times 4 - 7 = -\frac{1}{2} + 2 + 16 - 7 = \frac{21}{2} \neq 0$  : **S n'appartient pas au plan (ABC), donc A, B, C, S ne sont pas coplanaires.**

**Partie A — 4.a Démontrer que  $H(-1; 0; 2)$  est le projeté orthogonal de S sur (ABC).**

Si H est ce projeté,  $\overrightarrow{SH}$  doit être colinéaire à  $\vec{n} : \overrightarrow{SH} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ , et  $\vec{n} = -2\overrightarrow{SH}$  : colinéaires.

De plus, H appartient au plan :  $-1 + 2 \times 0 + 4 \times 2 - 7 = -1 + 0 + 8 - 7 = 0$  .

**H est donc bien le projeté orthogonal de S sur (ABC).**

**Partie A — 4.b En déduire qu'il n'existe aucun point M du plan (ABC) tel que  $SM < \sqrt{\frac{21}{2}}$ .**

$$SH^2 = \frac{1}{4} + 1 + 4 = \frac{21}{4}, \text{ donc } SH = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

H étant le projeté orthogonal de S, c'est le point du plan le plus proche de S : pour tout autre point M du plan, [SM] est l'hypoténuse du triangle rectangle SHM, donc  $SM > SH$ .

**Il n'existe donc aucun point M du plan (ABC) tel que  $SM < \frac{\sqrt{21}}{2}$ .**

**Partie B — 1. Soit M sur [CS] avec  $CM = k \cdot CS$ ,  $k \in [0; 1]$ . Déterminer les coordonnées de M en fonction de k.**

$$\overrightarrow{CS} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \text{ donc } \overrightarrow{CM} = k\overrightarrow{CS} \text{ donne } x - 1 = -\frac{3}{2}k, y - 1 = 0, z - 1 = 3k.$$

**M a pour coordonnées  $(1 - \frac{3}{2}k; 1; 1 + 3k)$ .**

**Partie B — 2. Existe-t-il un point M sur [CS] tel que le triangle MAB soit rectangle en M ?**

Le triangle MAB est rectangle en M si  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ .

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} 2 - \frac{3}{2}k \\ -1 \\ 3k \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2}k \\ 2 \\ 3k - 1 \end{pmatrix}, \text{ donc } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = -\frac{3}{2}k(2 - \frac{3}{2}k) - 2 + 3k(3k - 1).$$

En développant :  $45k^2 - 24k - 8 = 0$ , de discriminant  $\Delta = 24^2 + 4 \times 45 \times 8 = 2016 > 0$ , avec racines  $k_1 = \frac{24 + \sqrt{2016}}{90} \approx 0,765$  et  $k_2 \approx -0,232$ .

Seul  $k_1 \in [0; 1]$  convient : **il existe un unique point  $M_1$  sur [CS] tel que le triangle  $M_1AB$  soit rectangle en  $M_1$ .**

**Brevet 2024 — Asie**

Trois élèves construisent chacun, en vraie grandeur, la même figure : un triangle ABC avec A, C, B alignés et  $AC = CB$ , la droite (CG) perpendiculaire à (AB), et un arc de cercle de centre G reliant A à B. On donne  $CG = 10$  cm et  $BG = 20$  cm. 1. Démontrer que la longueur BC mesure environ 17,3 cm.

Les droites (AB) et (CG) sont perpendiculaires, donc le triangle BCG est rectangle en C.

D'après le théorème de Pythagore :  $BG^2 = BC^2 + CG^2$ .

Soit  $20^2 = BC^2 + 10^2$ , donc  $BC^2 = 400 - 100 = 300$ .

Comme BC est une longueur (donc positive),  $BC = \sqrt{300} \approx \mathbf{17,3}$  cm (arrondi au millimètre).

**2. Quelle est l'aire du triangle BAG, arrondie à l'unité ?**

Le point C est le milieu de [AB] (puisque  $AC = CB$ ), donc  $AB = 2 \times BC = 2\sqrt{300}$ .

La droite (CG) est perpendiculaire à (AB) : c'est donc la hauteur du triangle BAG issue de G, relative à la base [AB].

L'aire du triangle BAG est  $\frac{AB \times CG}{2} = \frac{2\sqrt{300} \times 10}{2} = 10\sqrt{300} = 100\sqrt{3} \approx \mathbf{173}$  cm<sup>2</sup> (arrondi à l'unité).

**3.a. Montrer que l'angle  $\widehat{CGB}$  mesure exactement  $60^\circ$ .**

Dans le triangle CGB, rectangle en C, on connaît le côté adjacent CG et l'hypoténuse GB : on utilise donc le cosinus.

$$\cos(\widehat{CGB}) = \frac{CG}{GB} = \frac{10}{20} = 0,5.$$

Or l'angle dont le cosinus vaut 0,5 mesure exactement  $60^\circ$  (on peut aussi utiliser la touche  $\cos^{-1}$  de la calculatrice), donc  $\widehat{CGB} = \mathbf{60^\circ}$ .

**3.b. En déduire la mesure de l'angle  $\widehat{AGB}$ .**

G est le centre de l'arc de cercle passant par A et B, donc  $GA = GB$  (rayons de l'arc) : le triangle AGB est isocèle en G.

Dans ce triangle isocèle, la droite (CG) est la hauteur issue du sommet principal G ; elle est donc aussi la bissectrice de l'angle  $\widehat{AGB}$ , et coupe cet angle en deux angles égaux, dont  $\widehat{CGB}$ .

On a donc  $\widehat{AGB} = 2 \times \widehat{CGB} = 2 \times 60 = \mathbf{120^\circ}$ .

**4. Les trois élèves pensent qu'en assemblant leurs trois pièces, ils peuvent former un disque complet. Expliquer pourquoi ils ont raison.**

Un disque complet correspond à un angle plein de  $360^\circ$  autour de son centre.

Chaque pièce est une portion de disque de centre G avec un angle au centre  $\widehat{AGB} = 120^\circ$ .

En assemblant les trois pièces identiques bord à bord autour du même point G, les trois angles s'additionnent :  $3 \times 120 = 360^\circ$ , ce qui correspond exactement à un disque complet.

**5. En déduire l'aire de la pièce obtenue par chacun des élèves, arrondie à l'unité.**

Les trois pièces assemblées forment un disque de centre G et de rayon  $R = GB = 20$  cm.

L'aire de ce disque est  $\pi \times R^2 = \pi \times 20^2 = 400\pi$  cm<sup>2</sup>.

Les trois pièces étant identiques, chacune a pour aire  $\frac{400\pi}{3} \approx 419$  cm<sup>2</sup> (arrondi à l'unité).

## Bac Terminale 2024 — Asie (jour 2)

**Partie A — 1. Dans un repère orthonormé,  $(P) : 2x + 2y - 3z + 1 = 0$ , et  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(2; -1; 1)$ ,  $C(-4; -6; 5)$ . Vérifier pour chaque point s'il appartient à  $(P)$ .**

$A : 2 + 0 - 3 + 1 = 0$  : **A appartient à  $(P)$ .**  $B : 4 - 2 - 3 + 1 = 0$  : **B appartient à  $(P)$ .**

$C : -8 - 12 - 15 + 1 = -34 \neq 0$  : **C n'appartient pas à  $(P)$ .**

**Partie A — 2. Montrer que  $C(0; -2; -1)$  est le projeté orthogonal de C sur le plan  $(P)$ .**

$$\overrightarrow{CC'} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix} = 2\vec{n}, \text{ où } \vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ est normal à } (P) : \text{la droite } (CC') \text{ est orthogonale à } (P).$$

C vérifie l'équation de  $(P) : 0 - 4 + 3 + 1 = 0$ . **C est donc bien le projeté orthogonal de C sur  $(P)$ .**

**Partie A — 3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(AB)$ .**

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ dirige la droite passant par } A : x = 1 + t, y = -t, z = 1, \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

**Partie A — 4. Déterminer les coordonnées du point H de (AB) tel que (AB) et (HC) soient orthogonales.**

Pour le point de paramètre  $t$  :  $\overrightarrow{CH} \begin{pmatrix} 5+t \\ 6-t \\ -4 \end{pmatrix}$ , et  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CH} = (5+t) - (6-t) = 2t - 1$ .

L'orthogonalité impose  $2t - 1 = 0$ , soit  $t = \frac{1}{2}$  :  $\mathbf{H}(1,5 ; -0,5 ; 1)$  (c'est le milieu de [AB]).

**Partie B — 1. On admet  $\overrightarrow{HC} \begin{pmatrix} -\frac{11}{2} \\ \frac{11}{2} \\ 4 \end{pmatrix}$ . Calculer la valeur exacte de  $\|\overrightarrow{HC}\|$ .**

$$\|\overrightarrow{HC}\| = \sqrt{\frac{121}{4} + \frac{121}{4} + 16} = \sqrt{\frac{153}{2}}.$$

**Partie B — 2. Déterminer la valeur exacte de l'aire  $S$  du triangle ABC.**

$$\text{H est le pied de la hauteur issue de C : } S = \frac{AB \times HC}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{153}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{153}}{2}.$$

**Partie C — 1. On admet  $HC = \sqrt{\frac{17}{2}}$ . Soit  $\alpha = \widehat{CHC'}$ . Déterminer  $\cos(\alpha)$ .**

(CC') est orthogonale à (P), donc à (CH) : le triangle CHC' est rectangle en C'.

$$\cos(\alpha) = \frac{HC'}{HC} = \frac{\sqrt{\frac{17}{2}}}{\sqrt{\frac{153}{2}}} = \sqrt{\frac{17}{153}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}.$$

**Partie C — 2.a Montrer que les droites (CH) et (AB) sont perpendiculaires.**

(CH) est orthogonale à (AB) (définition de H), et (CC'), orthogonale au plan (P), est orthogonale à (AB) qui y est incluse.

(AB) est donc orthogonale à deux droites sécantes du plan (CC'H), donc à ce plan tout entier, et en particulier à (CH). Ces deux droites étant sécantes en H : **elles sont perpendiculaires.**

**Partie C — 2.b Calculer  $S'$ , l'aire du triangle ABC (valeur exacte).**

$$[CH] \text{ est la hauteur issue de C relative à la base } [AB] : S' = \frac{AB \times C'H}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{17}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

**Partie C — 2.c Donner une relation entre  $S$ ,  $S'$  et  $\cos(\alpha)$ .**

$\frac{S'}{S} = \frac{C'H}{CH} = \cos(\alpha)$ , autrement dit  $S' = S \cos(\alpha)$  : l'aire du triangle projeté est celle du triangle initial multipliée par le cosinus de l'angle entre les deux plans.



**Bac Terminale 2024 — Centres étrangers - Groupe 1 (jour 2)**

1. ABCDEFGH est un cube d'arête 1 cm ; I est le milieu de [AB], J le milieu de [CG]. Dans le repère  $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ , donner les coordonnées de I et J.

$$I\left(\frac{1}{2} ; 0 ; 0\right) \text{ et } J\left(1 ; 1 ; \frac{1}{2}\right).$$

2. Montrer que le vecteur  $\overrightarrow{EJ}$  est normal au plan (FHI).

$$\overrightarrow{EJ} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \overrightarrow{FH} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{FI} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$\overrightarrow{EJ} \cdot \overrightarrow{FH} = -1 + 1 + 0 = 0$  et  $\overrightarrow{EJ} \cdot \overrightarrow{FI} = -\frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{2} = 0$  :  $\overrightarrow{EJ}$  est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan, donc **normal à (FHI)**.

3. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (FHI) est  $-2x - 2y + z + 1 = 0$ .

$-2\overrightarrow{EJ} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  est aussi normal au plan : l'équation est de la forme  $-2x - 2y + z + d = 0$  ;  $F(1 ; 0 ; 1)$  donne  $-2 + 1 + d = 0 \iff d = 1$ . D'où  $-2x - 2y + z + 1 = 0$ .

4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EJ).

(EJ) passe par E(0 ; 0 ; 1) et est dirigée par  $\overrightarrow{EJ} : x = t, y = t, z = 1 - \frac{1}{2}t$ , avec  $t \in \mathbb{R}$ .

5.a On note K le projeté orthogonal de E sur le plan (FHI). Calculer ses coordonnées.

En substituant dans l'équation du plan :  $-2t - 2t + 1 - \frac{1}{2}t + 1 = 0 \iff -\frac{9}{2}t = -2 \iff t = \frac{4}{9}$ .

D'où  $K\left(\frac{4}{9} ; \frac{4}{9} ; \frac{7}{9}\right)$ .

5.b Montrer que le volume de la pyramide EFHI est  $\frac{1}{6} \text{ cm}^3$  (on utilisera L, milieu de [EF], projeté orthogonal de I sur (EFH)).

Avec le triangle EFH comme base : EFH est rectangle en E, d'aire  $\frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$ .

La hauteur correspondante est IL, avec  $L\left(\frac{1}{2} ; 0 ; 1\right) : IL = \sqrt{0 + 0 + 1} = 1$ .

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6} \text{ cm}^3.$$

### 5.c Dédurre des deux questions précédentes l'aire du triangle FHI.

En reprenant le volume avec FHI comme base et EK comme hauteur :  $EK = \sqrt{\frac{16}{81} + \frac{16}{81} + \frac{4}{81}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ .

$\frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{FHI} \times \frac{2}{3}$  donne  $\mathcal{A}_{FHI} = \frac{3}{4} \text{ cm}^2$ .

### Brevet 2023 — Métropole, Antilles et Guyane

1. Un logiciel de programmation par blocs doit tracer un losange de côté 50 pas grâce à un bloc « losange » personnalisé, qui répète un certain nombre de fois la séquence : avancer, tourner de  $60^\circ$ , avancer, tourner de  $120^\circ$ . Comme un losange a quatre côtés égaux et que chaque passage du bloc trace deux côtés, combien de répétitions faut-il programmer, et quelle est la longueur du deuxième « avancer » de la séquence ?

Un losange possède quatre côtés de même longueur, ici 50 pas chacun.

Chaque exécution de la séquence entre accolades trace deux côtés du losange (un « avancer » avant le premier virage, un « avancer » avant le second) : il faut donc **répéter la séquence 2 fois** pour tracer les quatre côtés.

Comme tous les côtés du losange mesurent 50 pas, le deuxième « avancer » de la séquence doit lui aussi valoir **50 pas**.

2. Trois scripts assemblent plusieurs losanges identiques en une figure, en répétant 4 fois le motif « tracer un losange puis avancer d'une certaine distance » : le script 1 avance de 50 pas entre deux losanges (soit la longueur d'un côté), le script 2 avance de 100 pas (soit le double), et le script 3 avance de 50 pas puis décale aussi la position verticale de 30. Trois figures sont proposées : la figure A, une bande de 4 losanges alignés mais espacés ; la figure B, une bande de 4 losanges alignés et décalés en diagonale montante ; la figure C, une bande de 4 losanges bien serrés côte à côte. À quelle figure correspond chaque script ?

Le script 1 avance exactement de la longueur d'un côté (50 pas) entre deux losanges répétés à l'identique sur une même ligne : les losanges se recollent bord à bord, ce qui correspond à la figure la plus resserrée, la **figure C**.

Le script 2 avance du double (100 pas) entre deux losanges sur une même ligne : un espace vide apparaît entre chaque losange, ce qui correspond à la figure la plus espacée, la **figure A**.

Le script 3 avance de 50 pas comme le script 1, mais décale en plus la hauteur (« ajouter 30 à y ») à chaque répétition : les losanges se répètent alors en diagonale montante, ce qui correspond à la **figure B**.

L'association est donc : **script 1**  $\rightarrow$  **figure C**, **script 2**  $\rightarrow$  **figure A**, **script 3**  $\rightarrow$  **figure B**.

**3. En répétant 6 fois la séquence « tracer un losange puis tourner de  $60^\circ$  » à partir d'un même point, on obtient une rosace de six losanges accolés en étoile autour d'un centre C. Sur cette figure, quelle transformation permet d'obtenir le losange ABCD à partir du losange voisin EDCF (qui partage le sommet C et le côté [DC] avec ABCD) ?**

Le programme tourne de  $60^\circ$  autour du même point de départ avant de tracer chaque nouveau losange : chaque losange est donc l'image du précédent par une rotation de centre ce point commun et d'angle  $60^\circ$ .

Le point commun à tous les losanges de la rosace est le sommet C : la transformation qui envoie le losange EDCF sur le losange ABCD est donc **la rotation de centre C et d'angle  $60^\circ$** .

### Brevet 2023 — Nouvelle-Calédonie

**1. Sur le schéma, D, E, B sont alignés ainsi que A, B, G ; on donne  $AC = 2,5$  m,  $AB = 8$  m,  $BD = 4,3$  m et le point E est tel que AEFC est un rectangle (avec  $BE = AC$ ). Justifier que  $DE = 1,8$  m.**

Comme AEFC est un rectangle,  $BE = AC = 2,5$  m.

Sur le segment [BD], on a  $DE = BD - BE = 4,3 - 2,5 = 1,8$  m.

**2. Sachant que le triangle DEF est rectangle en E et que l'angle  $\widehat{DFE}$  mesure  $30^\circ$ , montrer que la longueur DF du toit de la terrasse est égale à 3,6 m.**

- Dans le triangle DEF, rectangle en E, le côté [DE] est opposé à l'angle  $\widehat{DFE}$  et [DF] est l'hypoténuse.
- D'après la trigonométrie dans le triangle rectangle (SOH-CAH-TOA) :  $\sin(\widehat{DFE}) = \frac{DE}{DF}$ .
- Donc  $\sin(30^\circ) = \frac{1,8}{DF}$ , soit  $0,5 = \frac{1,8}{DF}$ .
- On en déduit  $DF = \frac{1,8}{0,5} = 3,6$  m.

**3. Le toit de la terrasse est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 3,6 m. Sachant qu'un rouleau de laine de roche couvre  $6 \text{ m}^2$ , combien de rouleaux Matthieu doit-il acheter ?**

L'aire du toit de la terrasse est  $12 \times 3,6 = 43,2 \text{ m}^2$ .

Le nombre de rouleaux nécessaires est  $\frac{43,2}{6} = 7,2$  : comme on ne peut acheter qu'un nombre entier de rouleaux, il faut arrondir à l'entier supérieur, soit **8 rouleaux**.

4. Le triangle CDE est rectangle en E, avec  $DE = 1,8$  m et  $EC = 8$  m. Montrer que la longueur CD du toit de la partie habitable est égale à 8,2 m.

- Le triangle CDE est rectangle en E : d'après le théorème de Pythagore,  $DC^2 = DE^2 + EC^2$ .
- $DC^2 = 1,8^2 + 8^2 = 3,24 + 64 = 67,24$ .
- Comme  $8,2^2 = 67,24$ , on obtient  $DC^2 = 8,2^2$ , d'où  $DC = 8,2$  m (une longueur est positive).

5. Le toit de la partie habitable est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 8,2 m. Matthieu veut y poser 10 cm de ouate de cellulose, de densité 40 kg/m<sup>3</sup>. Quelle masse de ouate doit-il acheter ?

L'aire du toit est  $12 \times 8,2 = 98,4$  m<sup>2</sup>.

L'épaisseur de 10 cm correspond à 0,1 m, donc le volume de ouate nécessaire est  $98,4 \times 0,1 = 9,84$  m<sup>3</sup>.

Avec une densité de 40 kg par m<sup>3</sup>, la masse totale est  $9,84 \times 40 = 393,6$  kg.

## Bac Terminale 2023 — Asie (jour 2)

Partie A — 1. Deux cubes ABCDEFGH et BKLCFJMG sont accolés ; dans le repère orthonormé  $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ , on a par exemple  $F(1 ; 0 ; 1)$ ,  $G(1 ; 1 ; 1)$  et  $J(2 ; 0 ; 1)$  ; le point I est le milieu de [EF]. Montrer que le volume du tétraèdre FIGB vaut  $\frac{1}{12}$  (unité de volume), sachant que  $V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$ .

Les arêtes des cubes valent toutes 1, donc  $BF = FG = 1$  ; comme I est le milieu de [EF], la longueur FI vaut  $\frac{1}{2} \times EF = \frac{1}{2}$ .

En choisissant le triangle rectangle isocèle BFG comme base (aire =  $\frac{1}{2} \times BF \times FG = \frac{1}{2}$ ) et [FI] comme hauteur associée (FI est perpendiculaire au plan (BFG), donc à la base) :  $V_{FIGB} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ .

Donc, la réponse est  $V_{FIGB} = \frac{1}{12}$  unité de volume.

Partie A — 2. Déterminer les coordonnées du point I.

On décompose  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EI} = \overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$  (car  $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$ ). Donc, la réponse est  $I\left(\frac{1}{2} ; 0 ; 1\right)$ .

**Partie A — 3. Montrer que le vecteur  $\overrightarrow{DJ}$  est normal au plan (BIG).**

Avec  $J(2; 0; 1)$  et  $D(0; 1; 0)$ , on obtient  $\overrightarrow{DJ} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

D'autre part  $\overrightarrow{BI} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  (car  $B(1; 0; 0)$  et  $I(\frac{1}{2}; 0; 1)$ ) et  $\overrightarrow{BG} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  (car  $G(1; 1; 1)$ ).

On calcule les produits scalaires :  $\overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{BI} = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + (-1) \times 0 + 1 \times 1 = -1 + 0 + 1 = 0$ , et  $\overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{BG} = 2 \times 0 + (-1) \times 1 + 1 \times 1 = -1 + 1 = 0$ .

$\overrightarrow{BI}$  et  $\overrightarrow{BG}$  ne sont pas colinéaires (leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles) et dirigent le plan (BIG) :  $\overrightarrow{DJ}$  leur est orthogonal, donc  $\overrightarrow{DJ}$  est un vecteur normal au plan (BIG).

**Partie A — 4. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (BIG) est  $2x - y + z - 2 = 0$ .**

Puisque  $\overrightarrow{DJ} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  est normal au plan (BIG), ce plan admet une équation de la forme  $2x - y + z + d = 0$ , avec  $d \in \mathbb{R}$ .

Le point  $B(1; 0; 0)$  appartient au plan, donc  $2 \times 1 - 0 + 0 + d = 0$ , soit  $d = -2$ .

Donc, la réponse est  $2x - y + z - 2 = 0$ .

**Partie A — 5. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $d$ , orthogonale à (BIG) et passant par F.**

La droite  $d$ , orthogonale au plan (BIG), admet pour vecteur directeur le vecteur normal  $\overrightarrow{DJ} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , et passe par  $F(1; 0; 1)$ .

Un point  $M(x; y; z)$  appartient à  $d$  si et seulement s'il existe  $t \in \mathbb{R}$  tel que  $\overrightarrow{FM} = t \overrightarrow{DJ}$ .

Donc, la réponse est 
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

**Partie A — 6.a La droite  $d$  coupe le plan (BIG) au point  $L'$ . Montrer que  $L'$  a pour coordonnées  $\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$ .**

On remplace  $x, y, z$  par leurs expressions paramétriques dans l'équation du plan (BIG) :  $2(1+2t) - (-t) + (1+t) - 2 = 0$ .

En développant :  $2 + 4t + t + 1 + t - 2 = 0$ , soit  $6t + 1 = 0$ , donc  $t = -\frac{1}{6}$ .

En reportant dans les équations paramétriques :  $x = 1 + 2 \times \left(-\frac{1}{6}\right) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ,  $y = -\left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}$ ,

$$z = 1 + \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{5}{6}.$$

Donc, la réponse est  $L' \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$ .

**Partie A — 6.b Calculer la longueur  $FL'$ .**

On calcule  $\overrightarrow{FL'} \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$  (différence des coordonnées de  $L'$  et de  $F$ ).

$$FL'^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{4}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Donc, la réponse est  $FL' = \sqrt{\frac{1}{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$ .

**Partie A — 6.c En déduire l'aire du triangle BIG.**

Le segment  $[FL']$  est la hauteur du tétraèdre FIGB relative à la base (BIG), puisque  $d$  est orthogonale à ce plan.

Avec la formule du volume :  $V_{FIGB} = \frac{1}{3} \times \text{aire}(\text{BIG}) \times FL'$ , donc  $\text{aire}(\text{BIG}) = \frac{3 V_{FIGB}}{FL'} = \frac{3 \times \frac{1}{12}}{\frac{\sqrt{6}}{6}} =$

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{6}}{6}} = \frac{1}{4} \times \frac{6}{\sqrt{6}} = \frac{6}{4\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{6}}{24} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Donc, la réponse est  $\text{aire}(\text{BIG}) = \frac{\sqrt{6}}{4}$  unité d'aire.

**Bac Terminale 2023 — La Réunion (jour 1)**

**1. ABCDEFGH est un cube d'arête 1, M est le centre de la face BCGF et N le centre de la face EFGH. Dans le repère orthonormé  $(D; \overrightarrow{DH}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA})$ , donner sans justification les coordonnées de F et de C.**

En suivant les arêtes du cube depuis D :  $F(1; 1; 1)$  et  $C(0; 1; 0)$ .

**2. Calculer les coordonnées de M et de N.**

M est le centre de la face BCGF, donc le milieu du segment  $[CF]$  (l'une des diagonales de cette face carrée) :  $M\left(\frac{0+1}{2} ; \frac{1+1}{2} ; \frac{0+1}{2}\right)$ , soit  $M\left(\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right)$ .

N est le centre de la face EFGH, donc le milieu du segment  $[FH]$ , avec  $H(1; 0; 0)$  :  $N\left(\frac{1+1}{2} ; \frac{1+0}{2} ; \frac{1+0}{2}\right)$ , soit  $N\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

**3.a Démontrer que le vecteur  $\overrightarrow{AG}$  est normal au plan (HFC).**

Les points H, F, C ne sont pas alignés, donc  $\overrightarrow{HF}$  et  $\overrightarrow{CF}$  dirigent le plan (HFC), avec  $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{CF}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  (en utilisant  $H(1; 0; 0)$ ).

De plus, avec  $A(0; 0; 1)$  et  $G(1; 1; 0)$ , on a  $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

On calcule les produits scalaires :  $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{HF} = 1 \times 0 + 1 \times 1 + (-1) \times 1 = 0$  et  $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{CF} = 1 \times 1 + 1 \times 0 + (-1) \times 1 = 0$ .

Le vecteur  $\overrightarrow{AG}$  est donc orthogonal à deux vecteurs directeurs non colinéaires du plan (HFC) : **il est normal à ce plan.**

**3.b En déduire une équation cartésienne du plan (HFC).**

Le plan (HFC) passe par  $F(1; 1; 1)$  et admet  $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  comme vecteur normal : un point  $X(x; y; z)$  appartient à ce plan si et seulement si  $\overrightarrow{FX} \cdot \overrightarrow{AG} = 0$ .

$\overrightarrow{FX}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \\ z-1 \end{pmatrix}$ , donc  $\overrightarrow{FX} \cdot \overrightarrow{AG} = (x-1) + (y-1) - (z-1) = x + y - z - 1$ .

Le plan (HFC) a donc pour équation cartésienne  $x + y - z - 1 = 0$ .

**4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AG).**

La droite (AG) passe par  $A(0;0;1)$  et admet  $\overrightarrow{AG} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  comme vecteur directeur, d'où la représen-

$$\text{tation paramétrique : } \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

**5. Démontrer que le point R de coordonnées  $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$  est le projeté orthogonal de G sur le plan (HFC).**

Le projeté orthogonal de G sur (HFC), qu'on note R, est l'unique point qui appartient à la fois au plan (HFC) et à la droite passant par G orthogonale à ce plan — or cette droite est justement (AG), puisque  $\overrightarrow{AG}$  est normal au plan (question 3.a).

Les coordonnées de R vérifient donc à la fois la représentation paramétrique de (AG) et l'équation du plan :  $t + t - (1 - t) - 1 = 0$ , soit  $3t - 2 = 0$ , donc  $t = \frac{2}{3}$ .

En reportant dans la représentation paramétrique :  $x = \frac{2}{3}$ ,  $y = \frac{2}{3}$ ,  $z = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ . On retrouve bien les coordonnées annoncées : **R est le projeté orthogonal de G sur (HFC).**

**6. La droite (FG) admet pour représentation paramétrique  $x = 1$ ,  $y = 1$ ,  $z = t$  ( $t \in \mathbb{R}$ ). Démontrer qu'il existe un unique point K de (FG) tel que le triangle KMN soit rectangle en K.**

Un point K de (FG) s'écrit  $K(1;1;t)$ . Le triangle KMN est rectangle en K si et seulement si  $\overrightarrow{KM} \cdot \overrightarrow{KN} = 0$ .

$$\text{Avec } M\left(\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right) : \overrightarrow{KM} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ \frac{1}{2} - t \end{pmatrix}. \text{ Avec } N\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) : \overrightarrow{KN} \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - t \end{pmatrix}.$$

$$\text{Le produit scalaire vaut } \overrightarrow{KM} \cdot \overrightarrow{KN} = 0 + 0 + \left(\frac{1}{2} - t\right)^2 = \left(t - \frac{1}{2}\right)^2.$$

Cette expression s'annule si et seulement si  $t = \frac{1}{2}$  : il existe donc un **unique** point K, de coordonnées  $\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ , tel que KMN soit rectangle en K.



**7. Quelle fraction du volume du cube ABCDEFGH le volume du tétraèdre FNKM représente-t-il ?**

Le tétraèdre FNKM admet pour base le triangle rectangle KMN et pour hauteur associée la distance FK, puisque  $F(1; 1; 1)$  et  $K\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$  ont la même abscisse et la même ordonnée :  $FK = \left|1 - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$ .

Dans le triangle KMN rectangle en K :  $KM = \left\|\overrightarrow{KM}\right\| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 0^2 + 0^2} = \frac{1}{2}$  et de même  $KN = \frac{1}{2}$ . Son aire vaut donc  $\frac{KM \times KN}{2} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{8}$ .

Le volume d'un tétraèdre étant  $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$ , celui de FNKM vaut  $\frac{\frac{1}{8} \times \frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{48}$ .

Le cube ayant pour volume  $1^3 = 1$  (unité de volume), le tétraèdre FNKM représente donc  $\frac{1}{48}$  du volume du cube.

**Brevet 2022 — Nouvelle-Calédonie**

**1. Construire un triangle MWB tel que MB = 7,5 cm, WB = 4,5 cm et MW = 6 cm.**

On trace le segment [MB] de 7,5 cm, puis on place le point W à l'intersection de l'arc de cercle de centre M et de rayon 6 cm avec l'arc de cercle de centre B et de rayon 4,5 cm.

**2. Montrer que le triangle MWB est rectangle en W.**

D'une part  $MB^2 = 7,5^2 = 56,25$ .

D'autre part  $MW^2 + WB^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$ .

Comme  $MB^2 = MW^2 + WB^2$ , la réciproque du théorème de Pythagore permet de conclure que **le triangle MWB est rectangle en W**.

**3. Calculer la mesure de l'angle BMW, arrondie au degré près.**

Dans le triangle MWB rectangle en W, le côté [MW] est adjacent à l'angle  $\widehat{BMW}$  et [MB] est l'hypoténuse, donc  $\cos(\widehat{BMW}) = \frac{MW}{MB} = \frac{6}{7,5} = 0,8$ .

La calculatrice donne  $\widehat{BMW} = \cos^{-1}(0,8) \approx 36,87^\circ$ , soit **environ 37°**.

**4.a Placer le point F sur le segment [WB] tel que WF = 3 cm.**

F est le point du segment [WB] situé à 3 cm de W (et donc à  $4,5 - 3 = 1,5$  cm de B).

**4.b Tracer la parallèle à (MB) passant par F ; elle coupe (MW) en E. Placer le point E.**

On trace, par le point F, la droite parallèle à (MB) ; son intersection avec la droite (MW) donne le point E.

**4.c Calculer WE.**

Les droites (EF) et (MB) sont parallèles, avec E sur (WM) et F sur (WB) : on est dans une configuration de Thalès dans le triangle WMB, ce qui donne  $\frac{WE}{WM} = \frac{WF}{WB}$ .

$$\text{Soit } \frac{WE}{6} = \frac{3}{4,5}, \text{ d'où } WE = 6 \times \frac{3}{4,5} = \frac{18}{4,5} = 4 \text{ cm.}$$

**5.a Placer le point T sur la demi-droite [MW) tel que MT = 10 cm.**

T est situé sur la demi-droite [MW), au-delà de W puisque MT = 10 cm est supérieur à MW = 6 cm.

**5.b Tracer le segment [TB].**

On relie les points T et B par un segment.

**6. Calculer la longueur TE.**

Comme M, W, T sont alignés dans cet ordre (T au-delà de W sur la demi-droite [MW)), on a MT = MW + WT, soit 10 = 6 + WT, d'où WT = 4 cm.

Les points T, W, E : W et E sont du même côté par rapport à M sur (MW), et T est au-delà de W, donc TE = TW + WE = 4 + 4 = 8 cm.

**Brevet 2021 — Nouvelle-Calédonie****1. BAI est un triangle rectangle en A, avec BA = 210 cm et AI = 155 cm. Calculer BI au cm près.**

D'après le théorème de Pythagore, comme BAI est rectangle en A :  $BI^2 = BA^2 + AI^2 = 210^2 + 155^2 = 44\,100 + 24\,025 = 68\,125$ .

$$BI = \sqrt{68\,125} \approx 261,0, \text{ soit } \mathbf{261 \text{ cm}} \text{ au cm près.}$$

**2. L'immeuble de Joanne compte 15 vitres rectangulaires de 210 cm sur 155 cm. Avant un cyclone, elle colle une bande d'adhésif sur chacune des deux diagonales d'une vitre. Justifier qu'il lui faut environ 5,22 m d'adhésif par vitre.**

Chaque diagonale de la vitre mesure BI = 261 cm (calculé à la question précédente), donc les deux diagonales représentent  $2 \times 261 = 522$  cm, soit **5,22 m** d'adhésif par vitre.

**3. Joanne dispose de 7 rouleaux d'adhésif de 10 m chacun. En a-t-elle assez pour les 15 vitres de l'immeuble ?**

Pour les 15 vitres, il faut  $15 \times 5,22 = 78,3$  m d'adhésif.

Or Joanne dispose de  $7 \times 10 = 70$  m. Comme  $70 < 78,3$ , elle n'a pas assez d'adhésif : il lui manque un peu plus d'un rouleau.

### Brevet 2018 — Amérique du Nord

**1. On donne un triangle ADE avec  $AD = 7$  cm,  $AE = 4,2$  cm,  $DE = 5,6$  cm ; F est un point de [AD] avec  $AF = 2,5$  cm et (FG) est parallèle à (DE), G étant sur [AE]. Réaliser une figure en vraie grandeur.**

On trace le triangle ADE aux dimensions données ( $AD = 7$  cm,  $AE = 4,2$  cm,  $DE = 5,6$  cm), puis le point F sur [AD] tel que  $AF = 2,5$  cm, et la parallèle à (DE) passant par F, qui coupe [AE] en G.

**2. Prouver que le triangle ADE est rectangle en E.**

D'une part,  $AD^2 = 7^2 = 49$ .

D'autre part,  $AE^2 + DE^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$ .

On a donc  $AD^2 = AE^2 + DE^2$ , l'égalité de Pythagore est vérifiée.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle ADE est rectangle en E.**

**3. Calculer la longueur FG.**

Les points A, F, D sont alignés et les points A, G, E sont alignés dans le même ordre.

Les droites (FG) et (DE) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès,

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$$

$$\text{d'où } \frac{AF}{AD} = \frac{FG}{DE}, \text{ soit } \frac{2,5}{7} = \frac{FG}{5,6},$$

$$\text{donc } FG = \frac{2,5 \times 5,6}{7} = \frac{14}{7} = \mathbf{2 \text{ cm}}.$$